

# ピエロ・デッラ・フランチェスカの 《むち打ち》の空間構成

## Spatial Construction of Piero della Francesca's *Flagellation*

篠塚 二三男

### 要旨 (序)

- A 画面の比例分析 (1.  $\sqrt{2}$  の原理 2. 消失点 3. 超自然の光源)
- B 平面図の比例分析 (4. 平面図の再構成 5. 8点星形図形 6. 平面図の分析  
7. 平面図および画面への8点星形図形の適用)
- C 無理量と図像解釈

Key words : ピエロ・デッラ・フランチェスカ Piero della Francesca

《むち打ち》*Flagellation* 線遠近法 linear perspective

無理数の比例 incommensurable proportion ルネサンス Renaissance

### 要旨 (序)

本作品 (図 1 a) の空間構成に関する重要な研究としてまず挙げなければならないのは、Wittkower & Carter (1953) による論文であろう。彼らはきわめて厳密な計測をおこなったうえで、みごとな平面図 (図 5 a) を再現させ、世界の研究者を驚かせた。この画期的な成果は以後の似たような空間再構成の模範となっている。続いて Lavin (1972) のモノグラフは、(図像解釈の面での大きな貢献を別にして) 画面遠景の広場の平面図を再構成したことと、超自然の第2の光源の存在を指摘し、その3次元での位置を明らかにした点で特筆されよう (図 4 c、4 d、5 b)。「平面図」ではなく「画面」そのものの構図分析については、さきの Carter (1953) がいくつかのコメントを残しているが、その解釈には多くの難点があった。その欠落を補い、一貫した作図法で画面を分析したのが Kemp (1990) であり、彼は正方形とその対角線という  $\sqrt{2}$  の比を用いて画面を分析している (図 4 a)。Kemp はいわば  $\sqrt{2}$  の原理の導入者であり、彼の指摘は、本稿の研究においても最も基本的な構成原理となるものである。しかし彼による  $\sqrt{2}$  の原理の適用はかなり限定的であり、あまり細部には踏み込まず、平面図との関係も曖昧なままである。

本作の図像解釈をめぐっては、おびただしい数の説が出されているのに比べると（Ginzburg 参照）、空間構成の面での研究は、Kemp以後低調の観が否めない。それでも本稿をほぼ書き上げた段階で見つけたTalbot (2003) の論文（図15b）やField (2005) の新刊書には（図6 h, 6 i）、新しい観点からの指摘があり、参考になったと同時に、自分の考えていた内容と重なる部分についてはある種の自信を与えてくれた。（7）の注2や（12）参照。

本稿ではこうしたこれまでの研究者のさまざまな指摘を総合しながら、より高次の次元での統一原理を提示したいと思う。主な論点を簡単にまとめるならば、次のようになるであろう。

1. Kempが画面の比例構成において指摘した「 $\sqrt{2}$ の原理」を、画面の細部および平面図に徹底的に適用し、画面と平面図に共通する統一的な構成原理として提示する。
2. 平面図に認められる「8点星形図形」（図6 a, 10a）にとくに注目し、この図形が本作品の空間構成を解く鍵であり、 $\sqrt{2}$ 比例の象徴的な役割を担う図形として分析する。
3. 最後に（補足であり、本稿の主眼ではないが）、「無理量の発見」にまつわる悲劇的エピソードと本作品との関係をさぐり、新たな図像解釈の可能性を示唆する。

なお注の多くにはかなり煩雑な議論や数学的証明が見られるが、まず論旨を理解したい人は本文だけ読み進まればよいであろう。

（注）本作品（図1 a）の基本的データを記しておく。

所蔵：イタリア ウルビーノ 国立マルケ美術館 (Inv. 1990DE229)

作者：ピエロ・デッラ・フランチェスカ (1412頃-1492) は、イタリア中部アレッツォの北東にあるボルゴ・サン・セポルクロ（現在のサンセポルクロ）生まれの画家・数学者である。

署名：画面左方のピラトの座る椅子の台座にOPVS PETRI DE BVRGO S[AN]C[T]I SEPVLCRI（ボルゴ・サン・セポルクロのピエロの作品）という署名が記されている（図1 c）。ピエロは作品にほとんど署名を残しておらず、本作はきわめて例外的である。

来歴：この絵の制作に関する記録はまったく残されておらず、初期の来歴も不明である。1744年のウルビーノの大聖堂の財産目録にはじめて登場し、聖器室にあると記されている。1916年に美術館に移された。

技法：2枚のポプラ材に石膏の下塗りをしてテンペラと油彩の混合技法で描いた。キリストの頭部を横に通る大きな亀裂と剥落。前景の中央と右側の人物の頭部に大きな剥落。数度の修復がされている。

制作年：1440年代から70年代まで諸説あり、年代決定の最も難しい作品のひとつである。ローマ訪問後の1460年頃か。

## A 画面の比例分析（1. $\sqrt{2}$ の原理 2. 消失点 3. 超自然の光源）

### 1. $\sqrt{2}$ の原理

#### （1）Kempの画面分析と $\sqrt{2}$ の原理の導入

画面の比例構成を考えるにあたってきわめて明快な方向性を与えたと思われるのは、Kemp (1990, pp.30-32, pl.43)（図4 a）の分析である。本稿にとっても議論の出発点となる重要な指摘な

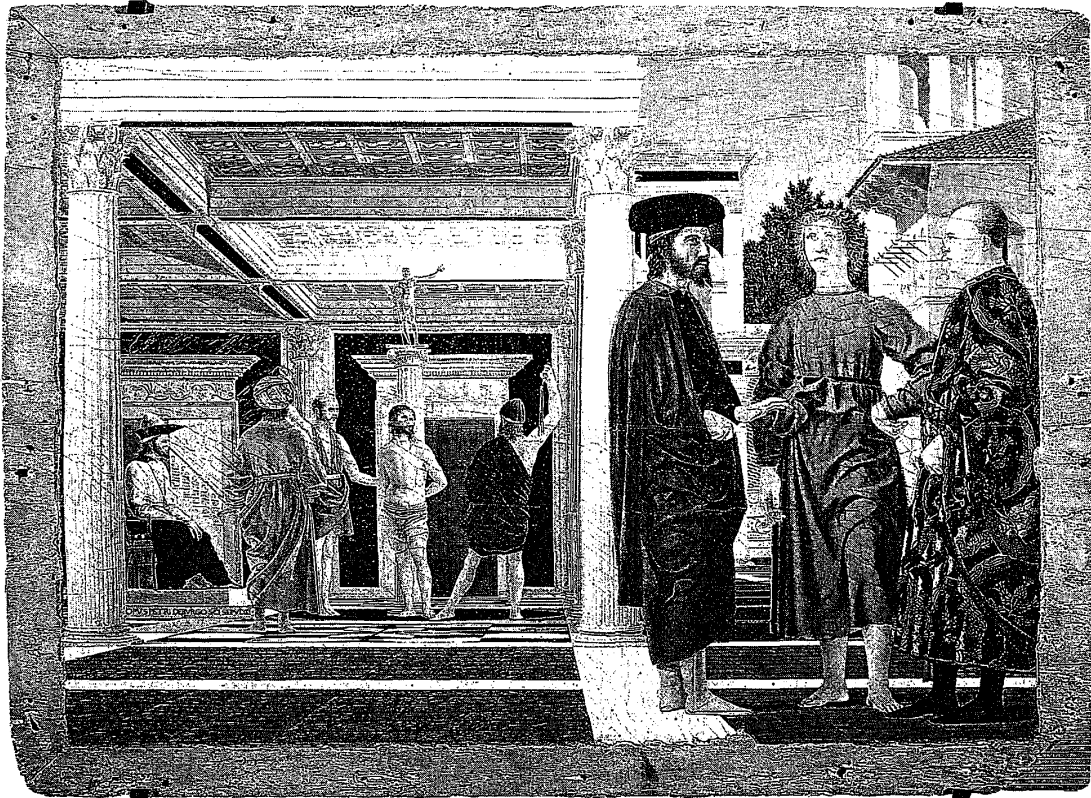


図1 a ピエロ・デッラ・フランチェスカ《むち打ち》  
(ウルビーノ 国立マルケ美術館)  
〔写真出典：Battisti, 1992, p. 251〕

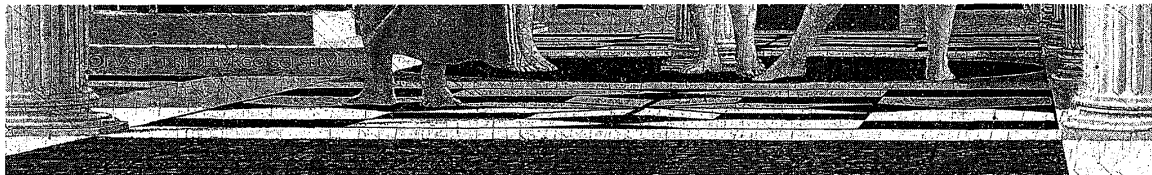


図1 b 同細部



図1 c 同細部

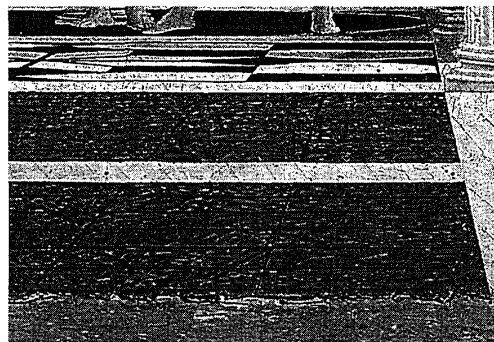


図1 d 同細部

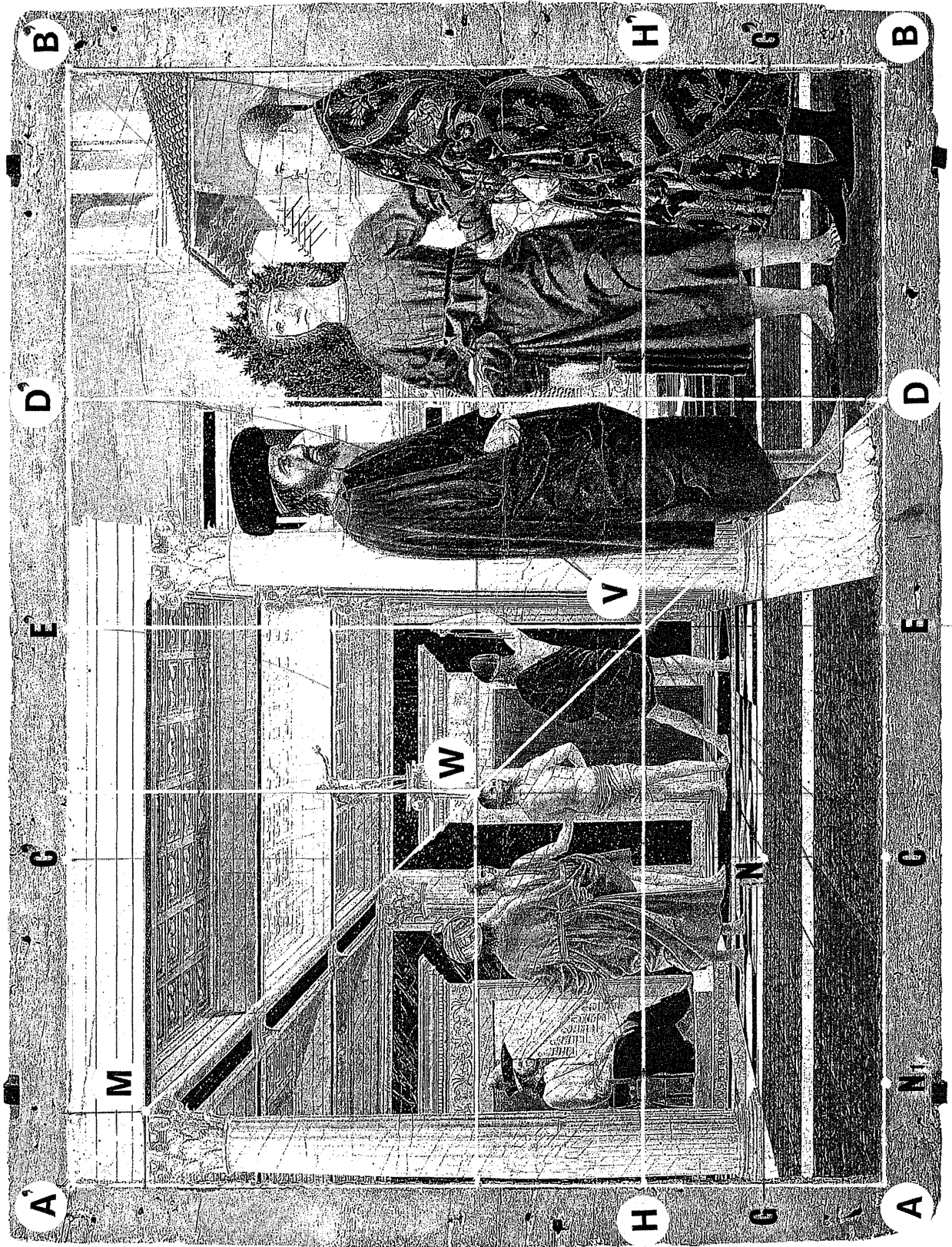


図2 a 画面の構図分析 (1)

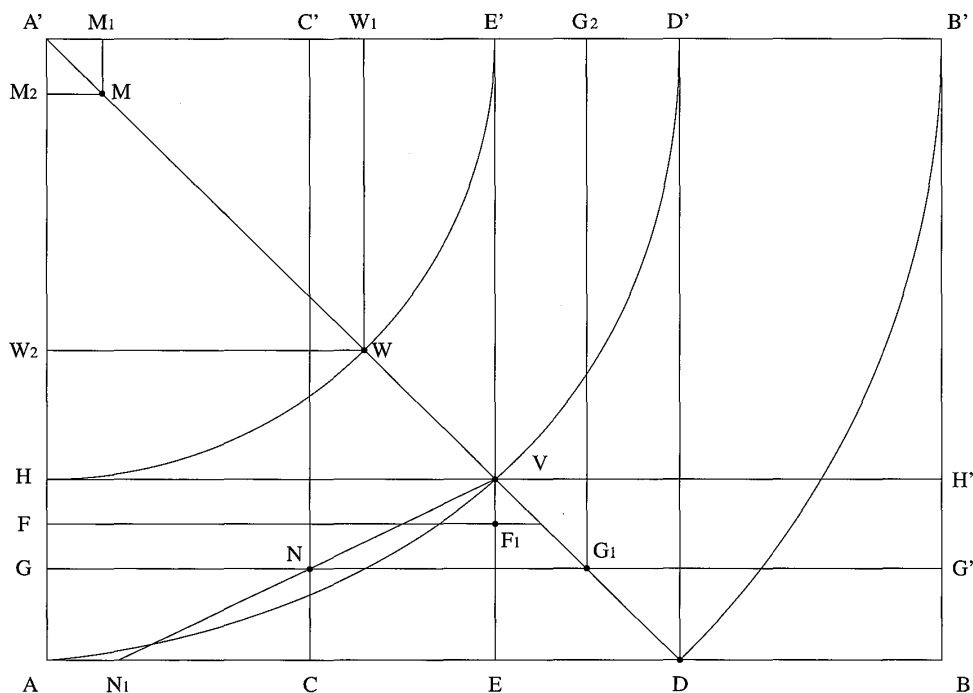


図2b 画面の構図分析(2) (図2aと比較)

Vは消失点 Wはキリスト頭頂部 Mは梁と円柱の交差する点

ので、少し詳しく紹介する。

彼によれば、画面の高さ(縦の長さ。図2a, 2bにおいてA'A。使用する記号を統一するため、Kempの解説図(図4a)の記号ではなく、本稿の図2a, 2bの記号で説明する。特に断らない限り他の研究者の図についても以下同じ)が1ブラッチア(58.4cm)であるのに対し、横幅A'B'は1ブラッチア四方の正方形A'ADD'の対角線の長さA'Dに等しく、したがって $\sqrt{2}$ ブラッチアとなる(A'B' = A'D =  $\sqrt{2}$ ブラッチア)。横幅A'B'の長さは、コンパスの中心をA'において、DからB'に円弧を描けば簡単に求められる。正方形の一边D'Dは描かれた宮殿の端を通り、また画面下辺上の点Dは舗床の白線の角(右端。現在一部剥落)と一致する。

つぎに消失点Vの位置は、さきの正方形の一边(画面の高さ)A'Aを半径とする円弧と対角線A'Dとの交点から求められる(A'A = A'V)。消失点Vを通る横断線が水平線HH'となる。新たにできる正方形A'HVE'で同じような操作をくり返せば、キリストの頭頂部Wの位置も決定できる(A'H = A'W)、Wは画面左上にできる2分の1ブラッチア四方の正方形(図2bのA'W2WW1)の右下の角にあたる。

(注1) [画面の寸法、彎曲と誤差] Clark (1969, p.225) は815×590ミリ(32×23 $\frac{1}{4}$ インチ)とし、Carter (1953, p.299,n.1) は815×584ミリ(32.1×23インチ)とする。Carterは、画面の横幅(32.1インチ)よりも正方形(23インチ四方)の対角線の長さの方が約0.5インチだけ長いとして、長方形の画面を $\sqrt{2}$ の比

と認めることに躊躇している。しかしこの画面を斜めから眺めてみると明らかなように、中央部が隆起し、かなり彎曲しているのがわかる。したがって0.5インチ(約1.27センチ)程度のズレは問題にならないだろう。写真(図2 a)で計測すれば、画面の横幅は正方形の対角線の長さに等しい。

なおGeatti & Fortunati (1993)は、コンピュータによる計測で正確さを目指しているが、画面の彎曲などを考慮しているわけではなく、その詳細な分析にも限界がある。しかも得られた成果はCarterのものとは大差がない。たとえば消失点の位置を多くの直交線を検証しながら求めているが(同、fig.11, 12で番号32の線分が長く、消失点に近いのもっとも信頼性が高いとしている)、結論ではCarterの求めた位置と同じであると認めている(同、p.212)。視距離についてもCarterとほとんど同じである。(6)の注1参照。  
(注2) [  $\sqrt{2}$  の画面比によるピエロの作品 ] ピエロの作品のなかで幾何学的構成の顕著なものも多く、 $1:\sqrt{2}$  の画面比になることは特筆に値しよう。詳細はここでは省くが、《聖シジスモンドとシジスモンド・マラテスタ》(リミニ)や、《モンテフェルトロ夫妻の肖像》(フィレンツェ)の表と裏の両面は、《むち打ち》と同様に  $\sqrt{2}$  の比で画面構成を分析できると思われる。《キリストの洗礼》(ロンドン)や《ブレラ祭壇画》(ミラノ)も  $\sqrt{2}$  の比にかなり近いと思われる。(7)の注2参照。

(注3) [西洋美術史と  $\sqrt{2}$  比] ヴイトルヴィウスの『建築書』に述べられている建築や人体の比はほとんどが分数比であるが、例外的に無理数比  $\sqrt{2}$  を用いている例もある(第4書第1章11のアバクスの幅、第6書第3章3のアトリウム形状の第3タイプ)。正方形の対角線を用いて  $\sqrt{2}$  比を決める方法は、ルネサンスの建築理論書にも登場し、アルベルティ(『建築論』邦訳pp.33, 346の注45)から、フランチェスコ・デイ・ジョルジオ・マルティーニ、セルリオ、パラディオにいたるまで言及されている。

絵画作品では、中世のシエナ派絵画に  $\sqrt{2}$  比の画面があり、ルネサンス期ヴェネツィア派の祭壇画でも無理数の長さが頻繁に利用されている(篠塚、2003, p.48の注を参照)。

(注4) Bouleau (1963, p.96-8 / 邦訳 p.96-7) の分析によると、画面は次の2つの図式が重ねられているという。

(1) 建物と遠近法は、画面の短辺を折り曲げてできる正方形(ラバットメント)に基づいており、舗床、円柱、部屋の高さ、天井の梁はその図式から確定される(著者自身の説明はないが、画面全体の対角線、画面の左右にできる正方形の対角線および正方形の2分の1や4分の1の垂直線、これらの直線の交点から基準となる格子を導いているようである)。左側にできる正方形の対角線から、天井の梁や白い舗床のへりの位置が決められている。(2) 人物の配置については、画面の長辺を4、6、9という2つの2:3(4:6=6:9=2:3。音楽理論でのディアペンテ)で分割し、その比に基づいて配されている。つまり右から4/9に円柱と前景の人物の衣の境があり、6/9にキリストが置かれている。

しかしBouleauの分析はかなり大雑把で錯綜しており、分析の図版に引かれた直線の位置も主張する比と正確には一致していない。左側に正方形とその対角線を想定する点はKempと共通するが、Kempの簡潔で正確な分析からはほど遠いといえよう。

## (2) 細部への $\sqrt{2}$ の原理の適用とモジュールの設定

Elkins (1991, p.169) は、ルネサンス美術研究者たちの比例分析を全般的にかなり厳しい批判的な眼で見る研究者であるが、上で述べた Kemp (図4 a) の分析に関しては正確で説得力のある説として評価している。Kempの指摘は、画面の寸法、消失点の位置、キリスト頭部の位置に一貫した原理を提示できた点で、きわめてすぐれた洞察であろう。本稿では Kemp と同じ操作をさらに押し進め、いっそう徹底した分析を加えたい。

Kempは対角線A'D上の点について、上記のもの以外は分析していないが、ここでは正方形と円弧を用いて同じような操作をくり返してみる(図3 a)。すると、8番目の円弧が対角線と交わる点Mは、画面上部に描かれた梁の下辺と、画面左側の円柱頂部の右端とが交わる点である(図2 a)。

ピエロ・デッラ・フランチェスカの《むち打ち》の空間構成

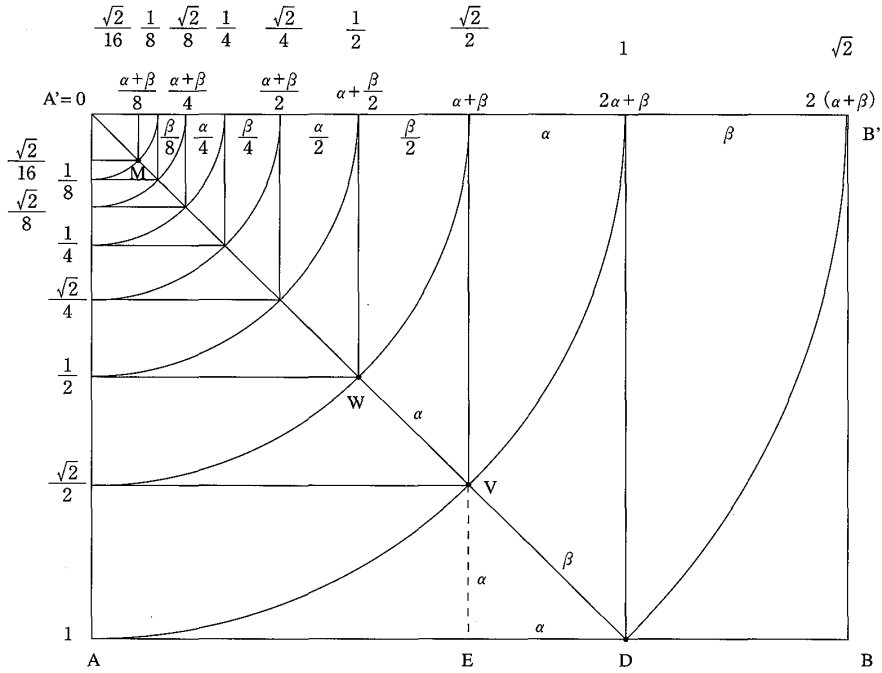


図3a 画面の比例分析 (Kemp, 1990. pl.43に篠塚の分析を追加)  
 数字は  $A'=0$  からの線分の長さを示す (画面の高さ1ブラッチアを1とする)  
 $\alpha:\beta = 1:\sqrt{2}$

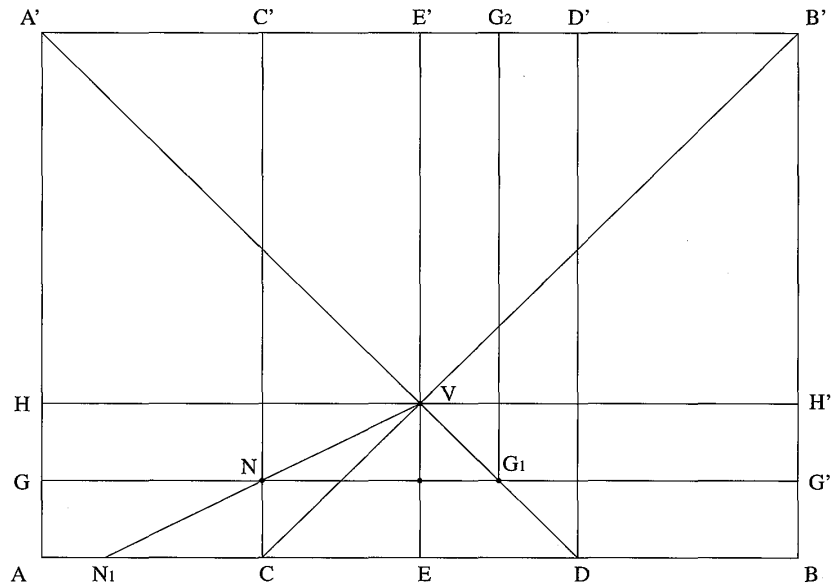
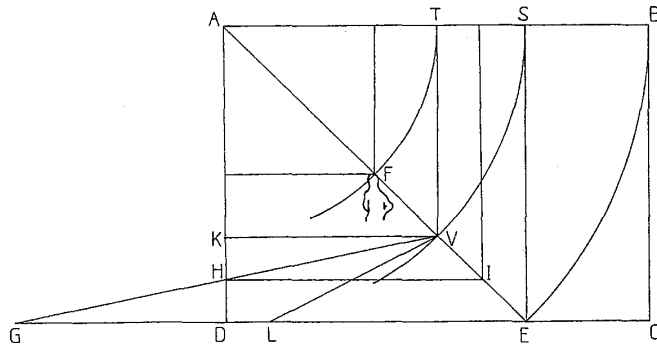


図3b 左右相称構図による画面分析

$A'ADD'$  と  $C'B'B'$  は正方形  
 $A'D = A'B = CB'$   
 $GG'$  と  $VE$  はたがいに線分を2等分  
 $A'GG_1G_2$  は正方形



43. Geometrical construction of Piero della Francesca's *Flagellation*.  
 With compasses centred on A and given the square ASED:  
 with radius AE draw AB; with radius AS draw AV; draw VT; with radius AT draw AF.  
 V—Vanishing point  
 IH marks the front of the praetorium  
 F—top of Christ's head  
 IH = GL = LE

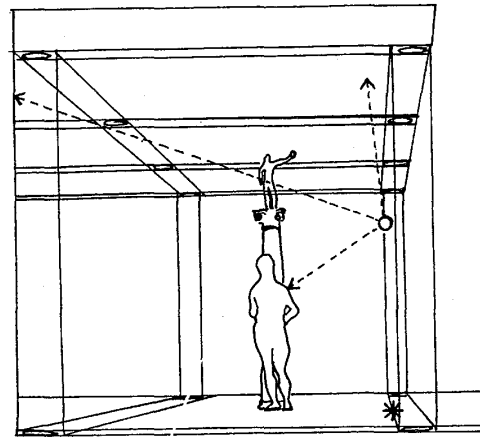


図4 b Kemp(1990)による第2の光源

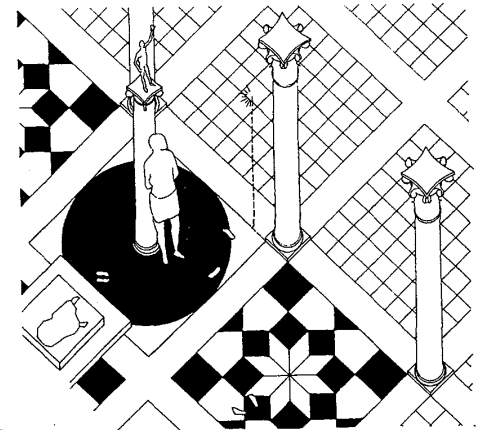
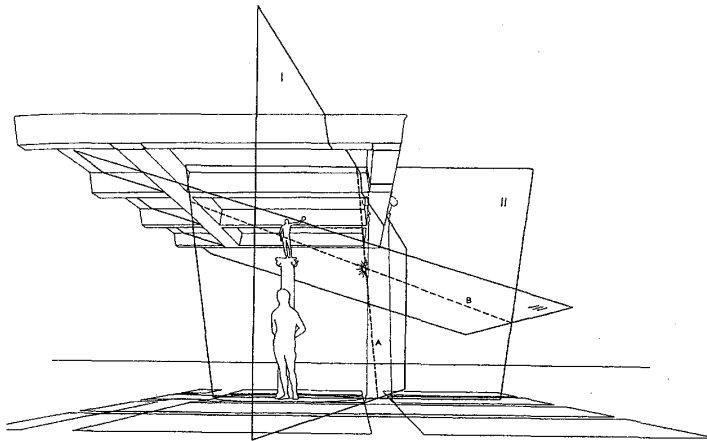


図4 c, d Lavin(1972)による第2の光源(M. A. Lavin & T. Czarnowski)

そして画面左上にできる正方形  $A'M_2MM_1$  は (図2 b)、その特別な位置と形から、この画面の尺度の「単位」と見なせるのではないだろうか。

この正方形の下に描かれた円柱の柱頭の高さも同じ長さである。ヴィトルヴィウスやアルベルティなどの建築論の古典的オーダーにおいては、円柱基部の直径をモジュール (基準寸法、基本尺度) としていることも考慮するならば、本作品においては正方形  $A'M_2MM_1$  が画面のモジュールあるいは重要な計測の単位 (ユニット) と考えられる。この正方形の一辺の長さは、次の本文で述べるように画面の横幅を16等分する ( $16A'M_1 = A'B'$ )。

(注1) [モジュールは何か] 画面だけでなく平面図をも含めて、ピエロはどのような長さを基準にして計測の単位 (ユニット) あるいは基本尺度 (モジュール) としたのであろうか。これについては Elkins (1991, p.167-9) がやや詳しく論じているので、それも参考にしながら、研究者の分析を比較してみる。ただし以



下の2のWittkower & Carter (1953) が示すいくつものモジュールやユニットによる分析とそれに対する反論については、今後随所で詳細に述べるので、ここでは概略のみふれておく。

1. Clark (1951, p.20; 1969, p.35) によれば、「前景に立つ帽子をかぶった東方風衣装の人物の頭上に描かれたthe band of black marble inlay (フリーズの黒い大理石の横幅) が目立つ位置にあり、これが画面のunit of measurement (計測の単位) であろう。画面の横幅はその10倍で高さは7倍である。中央の円柱の高さはその4倍で、円柱の幅は2分の1である。さらに遠近法上で2つの主な境である、前景から大理石の床まで(篠塚: 図2 a, bのCNとほぼ等しいと考えられる) と、エンタブラチュアから最初の梁の黒の嵌め込みまで(同: 天井の一番手前の区画の奥行きをさすのであろう) とは、それぞれ1ユニットになる。」

しかしClarkが計測の単位としているフリーズの黒大理石は、——Longhi (1927; 1963, p.26) はbibba (測棒) と形容していた——画面の中央からはずれ、なんら規則性を持たない位置にあり(たとえば画面を横10等分、縦7等分した時の格子からずれている)、しかもElkins (p.167) が指摘するように、左隅は柱頭のアカンサスと重なり、境界が不明瞭であるので、モジュールとしてふさわしいとは思えない。やや曖昧なこの長さは、視高(図2 a, bのVE) のほぼ2分の1であるので(Wittkower, 1953, p.292, n.5)、視高からの派生的な長さともみなせるであろう。

なおClarkの指摘する10:7という画面の比は $10 \div 7 = 1.428 \dots$ となり、 $\sqrt{2} = 1.414 \dots$ にかなり近い値である。つまり10:7は $\sqrt{2}$ の近似値となる整数比のひとつであるが、そのような整数比は7:5、17:12、24:17- など多数ある。[ $\sqrt{2}$ については、一松信『 $\sqrt{2}$ の数学』(海鳴社 1990) 参照]したがってClarkのように画面の比を10:7に特定する理由は見当たらない。

2. Wittkower & Carter (1953, pp.292-3; pp.297-8) は、画面上の視心と床の距離(図2 bのVF<sub>1</sub>)を計測の単位(unit of measurement) またモジュールとしている。その長さは画面上で1.85インチ(約4.7センチ)である。画面下辺におけるレンガの小さな正方形の辺が2モジュールで、白線の横幅が3モジュールであるとする。(9)の注2参照。

このモジュールとは別にCarter (1953, p.299) は、視高7.15インチ(ただし、基線を画面の下辺よりやや下げており、図2 a, 2 bのVEよりやや長い)も重視しており、この長さを基準に画面の高さを3分割、横幅を4分割できるとしている。(4)の注3参照。さらにCarter (1953, p.301) は、モジュール1.85インチに $\pi$ (円周率)をかけた約5.8インチを $\pi$ モジュール( $\pi$ ユニットとも)として、平面図の比例分析をしている。(9)の注3参照。

またCarterの分析とは別に、Wittkower (1953, p.293) は、平面図での円柱の中心と次の円柱の中心までの距離19モジュールを1グランド・ユニットと呼び、人物などの配置に利用されていると解釈している。(9)の[舗床全体と人物配置]参照。

3. Welliver (1973, p.18) は、前景の3人のうち左側に立つ帽子をかぶった人物の「右足の長さ(つま先から踵まで)」をunit of measurementとしている。消失点の高さ(視高)は、その $2\frac{2}{3}$ 倍とする(ただし基線の位置をレンガの小区画6つの位置としている。(10)の注1参照)。この足の長さは、私の指摘するA'M<sub>1</sub>(画面の横幅の16等分)の長さにほぼ等しいように見える。しかし私の計測では視高VEはA'M<sub>1</sub>の3.3倍ほどになる。つまり(3)で述べるように、 $\beta = \sqrt{2} a$ なので、図3 aにおいて $VE \div A'M_1 = a \div \frac{a + \beta}{8} = \frac{8a}{(1 + \sqrt{2})a} = 8(\sqrt{2} - 1) \div 3.312$

Welliverは足の長さを計測の単位にして、平面図(同、Fig.12)を作成し比例分析しているが、かなり概略的、恣意的なものであり、重要な8点星形図形も分析されていない。なおElkins (1991) はWelliverの論文には何も言及していない。

4. キリストの身長を基準にした画面分析については、(2)の注2と(4)の注3を参照。

上の(1)の本文で述べたように、画面の高さ1ブラッチアがもっとも基本となる長さであり(Kempに従う)、さらに私の考えでは画面の横幅の16等分である円柱の幅が小さな計測単位になっていると思われる。しかし私がより主張したいのは、モジュールというある特定の長さとその

整数倍や分数倍がこの画面の空間構成のすべてを決定しているわけではなく、連続して反復される  $1 : \sqrt{2}$  という比例がより重要な決定要素であるということである。つまり本作品の空間は、単純な分数比による分割で構成されているのではなく、より複雑な無理数比の反復により成り立っているのである。以下そのことについて考えてみる。

これまでに述べた順序で作図した図3 aにおいて、画面の高さ  $A'A$  は1ブラッチア (58.4cm) であったので (以下では単位ブラッチアを省略する)、横幅は  $\sqrt{2}$  となる。画面上の他のいくつかの「点」も、画面左上の角  $A'$  (数字0で示す) からの長さ<sup>かど</sup>が記されている。画面上辺  $A'B'$  上の「点」は、右から左に向かって (図3 aの最上部の数字)

$$\sqrt{2}, 1, 1/\sqrt{2} (= \sqrt{2}/2), 1/2, 1/2\sqrt{2} (= \sqrt{2}/4), 1/4, 1/4\sqrt{2} (= \sqrt{2}/8), \\ 1/8, 1/8\sqrt{2} (= \sqrt{2}/16)$$

のように並んでいる。

画面左辺  $A'A$  上の「点」も下から上に向かって (最初の  $\sqrt{2}$  を除けば) まったく同じ数列で並んでいる。これらの数列は公比  $1/\sqrt{2}$  ( $= \sqrt{2}/2$ ) の等比数列である。また逆の方向に (画面上辺を左から右に、画面左辺を上から下に) 見れば公比  $\sqrt{2}$  の等比数列である。

これらの点の位置から明らかなように、消失点  $V$  は画面の横幅の中央にあり、かつ正方形  $A'ADD'$  の対角線上で画面左上の角  $A'$  から1の距離 (画面の高さに等しい) にある ( $A'V = A'A = 1$ )。またキリストの頭頂部  $W$  は、正方形  $A'ADD'$  の中央 (したがって画面の高さの中央) にあり、かつ対角線上で画面左上の角  $A'$  からの距離が画面の横幅の半分に等しい位置にある ( $A'W = A'B'/2 = \sqrt{2}/2$ )。このように点  $V$ 、 $W$  は画面の高さおよび横幅と呼応し、簡潔でしかも微妙な関係にあることがわかる。

(注2) [人物の身長] 画面上でのキリストの身長 (右足の踵から頭頂部まで) は消失点の高さ  $VE$  と等しく (Carter, 1953, p.299. 後述の (4) の注3参照)、さらに前景の中央の若者の身長 (同じく右足の踵から頭頂部まで) は消失点から画面上辺までの距離  $VE'$  と等しいように見える。

## 2. 消失点

### (3) 消失点の位置 ( $a : \beta = 1 : \sqrt{2}$ ) による構図分析

消失点  $V$  の位置が画面における最も重要な「基準点」であることは論ずるまでもない。この消失点の高さを基準に画面全体がどのように構成されているかを、これまでの分析をさらに展開させて私なりに分析して見る。

図3 aにおいて消失点の高さ  $VE$  を  $a$  とし、消失点と白線右端との長さ  $VD$  を  $\beta$  としてみる。 $ED = a$  なので、

$$\beta = \sqrt{2} a \\ a = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta = \frac{\sqrt{2}}{2} \beta$$

また

$$a : \beta = 1 : \sqrt{2}$$

この時  $DB = \beta$ 、 $VW = a$  となり、また図 3 a における画面上辺  $A'B'$  上の点のそれぞれの「間隔」は、右から左に向かって

$$\beta, \quad a, \quad \frac{\beta}{2}, \quad \frac{a}{2}, \quad \frac{\beta}{4}, \quad \frac{a}{4}, \quad \frac{\beta}{8}, \quad \frac{a}{8}$$

である。画面左辺  $A'A$  上の点も下から上に向かって（最初の  $\beta$  を除けば）まったく同じ間隔で並んでいる。さらに、画面左上の頂点  $A' (= 0)$  からのそれぞれの点の長さを数列で表わすと（図 3 a の上辺の数式参照）、

$$2(a + \beta), \quad 2a + \beta, \quad a + \beta, \quad a + \frac{\beta}{2}, \quad \frac{a + \beta}{2}, \quad \frac{a}{2} + \frac{\beta}{4}, \\ \frac{a + \beta}{4}, \quad \frac{a}{4} + \frac{\beta}{8}, \quad \frac{a + \beta}{8}$$

のように並んでおり、きわめて規則的に表現できる。なお  $a$  の長さは  $a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \doteq 0.293$  で、 $\beta$  の長さは  $\beta = \sqrt{2} - 1 \doteq 0.414$  である。[平面図との尺度上の関係については (10) 参照]

#### (4) 左右相称構図による画面分析：CC' と GG'

これまで述べてきた分析では、画面の左側に正方形  $A'ADD'$  を作図して考えてきたわけであるが、ここでは画面の右側にも同じような正方形を考え、画面全体を左右相称の構図にして分析してみる。

図 3 b のように画面右側に正方形  $C'CBB'$  を作図してみる。その左辺  $CC'$  は、キリストと、向かって左側の執行人の間を通るだけで（図 2 a）、画面構成上なんの役割も果たしていないようにも見える。しかしこの直線  $CC'$  は、キリストたちのいる建物プラエトリウムの中央を通っており、構図を決定する上で重要な役割を果たしている。

このことは床面を注意深く観察することで納得できる。まずキリストたちのいる建物の内部とその外部の境となる敷居（図 3 b の  $GG_1$ ）に注目してみると、Kemp (1990, p.31, pl.43 = 本稿の図 4 a) などが指摘するように、この  $GG_1$  およびその延長  $GG'$  は視高  $VE$  の長さを 2 等分する位置にある。そして敷居  $GG_1$  上には、両端に円柱の建つ白線と、その間にレンガの小さなブロックが 8 個並んでいる。このブロックの中央（図 2 a, 3 b の  $N$ ）を垂直線  $CC'$  が通っているのである。この点  $N$  と消失点  $V$  とを結び延長した直線  $VN_1$  は、建物内の床の複雑な幾何学図形と、外のレンガの矩形図形との間で唯一の共有しあう直線である（Kemp, 1990, p.31; pl.40 = 本稿の図 6 d）。さらに円柱で挟まれる建物の空間（図 3 b の  $A'GG_1G_2$ ）が正方形となる点もみのがせないだろう。

しかし図 3 b のような左右相称構図においては、描かれたさまざまな建物の位置を示す点を数値で解析してもさほど規則性は認められない。画面左側に正方形を想定した (3) までの分析に見られたような図形上および数式上でのきわめて秩序だった整合性や規則性（図 3 a）とは対照的である。したがって本作品においては、左右相称構図を用いての空間構成はきわめて限定的であっ

たと思われる。

[なお後述の8点星形図形との関係から見た画面構成の再解釈は(12)を参照]

(注1) [視高VE、敷居GG<sub>1</sub>、床面の基準線GG'] 以下のKemp (1990. pp.31-32) の指摘は鋭く、きわめて参考になった。舗床の中央線(図2 a, 3 bのVN<sub>1</sub>)に注目し、プラエトリウム内部の8点星形図形と、外部の縦横8等分されたレンガのブロックの床の文様との間で唯一共有しあう直線は、この中央線VN<sub>1</sub>のみである(Kemp, p.31; pl.40=本稿の図6 d)。また敷居GG<sub>1</sub>は水平線HH'と画面下辺ABとの中央にある。線分NG<sub>1</sub>を基準線上に投影すればN<sub>1</sub>Dとなるが、この長さはGG<sub>1</sub>に等しい(GG<sub>1</sub> = N<sub>1</sub>D)(Kemp, p.31; pl.43=図4 aにおいてIH=GL=LE)。

この敷居の位置が画面において視高VEを2等分していることは、後述の平面図における視点との関係からも確認することができる。(10)の注3と図11参照。

図2 aにおいて、視高VEを2等分する長さは、画面下辺からプラエトリウムの敷居までの距離CNに等しいが、遠景に描かれた宮殿2階の最頂部(コーニス)から画面の上辺までの距離にも等しいようである。

なお(12)でふれるTalbot (2003, pp.86-87, Fig.28-30)は、視高の1/2、1/3、1/4の長さから、プラエトリウムの床の奥行きを構成を決めたとしている。すなわち2分の1の位置に敷居、水平線から3分の1の位置にキリストの円柱、4分の1の位置に床と奥の壁との境がくる(Fig.28)。次に対角線を利用して同じプラエトリウムの床の奥行きを3つの大きな区画に分ける(Fig.29)。こうした簡略された方法を採用することで、ピエロは面倒な平面図(切断面での線分)からの作図をせずに済ませただろうという。(6)の注2参照。画面を観察すると確かにそのような位置にプラエトリウムの床は描かれているように思える。しかし後述の平面図における視点との関係(図11参照)から考えると、キリストの円柱や奥の壁との境の位置については少し齟齬が生じるはずである(たとえば3分の1の位置は円柱のすぐ後ろの位置にあたる)。ピエロが画面上でこのような細部をどのように作図をしたのか、その判断はかなり難しい。

視高の長さVEを2等分する直線GG'(図2 a, 3 b)は床面を作図するさいに、いわば基準線ともいえるような重要な役割をはたしたと思われる。この直線GG'上のレンガのブロックの幅はきわめて正確に目盛られており、画面下辺AB上のブロックの幅がきわめて不正確に目盛られているのは対照的である。[Carter (1953, p.298, n.1)によれば画面下辺AB上のブロックの幅は、向かって左から(単位インチ)3.5, 3.5, 3.5, 3.65, 3.7, 3.65, 3.7, 4, であり、これらの平均は3.65である。このような不揃いな幅になった理由については、フリーハンドによる仕上げのためとしている。Geatti&Fortunati (1993, p.212, fig.13)は、直線GG'の手前のレンガの8つの小さな区画から求められる視距離がほかに比べると誤差が小さいとしており(後述の(6)の注1参照)、直線GG'が作図の基準線であったことの傍証となろう]したがってピエロは本作品の床面を作図するにあたって、直線GG'上を等分割し、その目盛りと消失点を直線で結びながらレンガのブロックを配置して行ったと思われる。そして(1)の注1で述べたようにこの絵の表面が大きく彎曲していることを考えるならば、消失点からより遠くにある画面下辺ABでのブロックの幅が不正確になることは避けられなかったであろう。(9)の注2の最後の段落の文も参照。

(注2) [正方形A' GG<sub>1</sub>G<sub>2</sub>] 画面左上の隅A'から、画面左隅に描かれた円柱の基部までの長さは、画面最上部に描かれた梁の右端までの長さに等しい。したがって上の本文でふれたようにA' GG<sub>1</sub>G<sub>2</sub>は正方形となる。(5)の注3も参照。

(注3) [左右相称構図、キリストの身長] Carter (1953, p.299, n.1)は、まず画面下部を除く画面周囲に余地部分を縁取り、次にその中を、縦:横=3:4の比で12個の小さな正方形の格子に分けている。(2)の注1でもふれたように、この小さな正方形の一辺は視高の長さに等しい(7.15インチ。ただし基線の位置を画面下辺よりやや下にずらしており、図2 a, bのVEよりやや長く、補足された長さである)。小さな正方形が9個で大きな正方形になるが、その大きな正方形を左右にひとつずつ想定すれば、それらは互いに3分の2だけ重なることになる。そしてこの大きな正方形のそれぞれの対角線が交わる位置に視心があると分析している。

同じくCarter (1953, p.299の本文) は、描かれたキリストの画面上の身長も約7.15インチであり、上記のような画面分割をする上で計測単位の役割を果たしているとしている。(2)の注2参照。

しかし基線の位置を実際に描かれた画面の縁よりもやや下げると言う仮説は恣意的で不自然であるし(後述の(10)でもこの仮説に反論する)、また下部を除く画面周囲に余地部分を縁取ることも変則的であり、私は賛成できない分析である。Elkins (1991, pp.168-9) もこうした格子を想定した作図を批判している。

なおGinzburg (1981;1994/邦訳pp.81-86,137)によれば、画面上のキリストの背丈7.15インチ(17.8センチ)は、ローマのスカーラ・サンタ(聖なる階段、ピラトの館の階段)の脇にあった、「キリストの規矩」*mensura Christi*と称されイエスの背丈と等しいと伝えられる4本の円柱の高さ(ただし基部の一部を除く)の10分の1であるという(石鍋、2005, p.253も参照)。そしてこのキリストの背丈を計測単位とすると、作品画面の幅は4.5単位、高さは3.25単位、また前景の円柱の高さは2.5単位、列柱の基部同士の距離は2単位であるという(同邦訳、p.86)。しかしこれらの数字が概算にすぎないことは、すこし大きな図版で計測すれば明らかである。

### 3. 超自然の光源

#### (5) 超自然の光源と、キリストの視線をめぐる画面構成上の解釈

この画面には自然の外光とは別に、超自然の第2の光が描かれていることをLavin (1972, p.46-48/邦訳p.48-50)が明らかにしている。

戸外の広場にあたる光は、前景の人物たちの影などから明らかのように、画面の向かって左(南側)から差し込んでいる。一方、プラエトリウムの内部ではキリストの頭上の天井が異常に明るく、またピラトの頭上の天井などの影の方向から、この第2の光源の位置を特定できる(図4c, d)。「その位置は第2の円柱の向う側で円柱から近い距離にあり、円柱の3分の2ほどの高さで、柱間のやや内側にある。」(邦訳p.48)北側から差し込むこの神秘的な光は、キリストのいるプラエトリウムを神の聖域としている。

(注1) Ginzburg (1981;1994/邦訳p.200, 注28)によれば、絵の中に2つの光源があることについては、すでにC.Brandi (1954)が指摘していたが、その解釈は示されず、天井格間の光は修復家によって明るくされたと推定したという。また若者の素振りには円柱のキリストを連想させる(同邦訳P.110)。

Kemp (1990, p.32)によれば、キリストの見上げる視線はちょうどこの光源のある方向と一致し、彼だけがこの超自然の光源*super-natural radiance*に気付いている。Talbot (2003, p.88; fig.30, 31=本稿の図15b)は、キリストおよび前景の中央の若者のstance(足の位置、姿勢)が同じであり、さらに水平線と画面左辺の交点から引いた、 $\sqrt{2}$  star patternの中央を通る22.5度の対角線は、キリストの頭頂部と若者の眼をかすめることを指摘し、キリストと前景の中央の若者との幾何学的関連は明らかであるとしている。むちを振り上げる右側の執行人の右腕が、画面の中央部に位置していることも指摘する(fig.30)。(12)の注1参照。

諸川氏(1992)はピエロの数点の作品を、相似図形を用いて解釈している。《むち打ち》に関しては(同、pp.69-71)、キリストの頭頂と足先をそれぞれ通り、水平線上で交差する2直線の組み合わせに注目する。前景の左側と中央の人物のそれぞれ対応する部分を結んだ直線は、画面内の左の水平線上で交差し、後ろ姿のターバンの人物については、ちょうど画面右端の水平線上で交差する。ほかの人物については同じような操作をしても2直線の交点が画面内におさまらない。こうした構図分析をひとつの根拠にしながら図像を解釈している(同、pp.76-77、注24)。

私の指摘したいのは、画面左辺上の点H（見る人の眼の高さ）からキリストの眼（キリストの頭頂部より下）を通る直線を引き、それを延長すると、鞭を振り上げる執行人の右手の先端、第2の光源、キリストと同じポーズの前景の若者の顔の中央を通ることである。画面において重要な意味をもつと思われるものが、このようにほぼ一直線で結ばれることは注目に値するであろう。

(注2) 図2 a, bにおいて水平線の画面右辺上の点H' と第2の光源とを結び延長すると、キリストのつながれた円柱上の黄金の彫像の頭部を通り、画面左辺上の梁の下部M2にぶつかるとと思われる。ただしこのような直線による解釈には慎重であるべきであろう。

(注3) Elkins (1987, p.226, n.42) は、画面内の円柱や梁で囲まれた正方形(図3 bのA' GG1G2。(4)の本文と注2参照)と、人物の視線との関係について次のような仮説を述べている。ピエロの『絵画の遠近法』の第1書定理13は(石鍋, 1982, pp.128-9; 2005, pp.429-431参照)、アルベルティの遠近法の作図方法を証明するものと思われ、その挿図(Elkins, p.224のfig.4)には正方形BCFGと視点(視距離と視高)を示すADが記されている。この挿図の正方形を《鞭打ち》の建物の正方形と結び付け、挿図の視点を画面右端の横向きの人物の眼と結び付けられる。正方形と視点(眼)の位置は互いに左右反対だが、同じ図式と見なせるし、挿図のBCD'E'の短縮された四角形は、画面内の短縮された舗床と比較できる。こうした類似関係の図式は、画面左側の「枠取られた」領域が別のひとつの絵であるかのようで、それに前景の3人の人物がリンクしている、この作品の奇妙な画面構成の説明にもなるであろう。さらに画面の大きな正方形のなかには、キリストの周りにより小さな正方形の建築枠が想定でき、それを左から横向きのピラトの眼(第2の観察者)が眺めており、やはり同じような図式になる。挿図での視点の位置に比べると、画面内の人物の眼は、正方形に対して高すぎるし、また近すぎるので、むしろ画面は挿図の図式の厳密な反復・再現なのではない。むしろこうした図式のもたらす調和的な比例にピエロは魅せられていたのである。以上がElkinsの説明であり(Elkins, 1994, p.107でも同じ主旨を述べている。Talbot, 2003, p.89もこれを自説に近い考え方とし、ピエロの画面には透視図法の作図に必要なすべての要素、つまり平面図、立面図、画面、視点が包含されていると述べる)、興味深い解釈ではあるが、本稿のめざす厳密な比例分析にはあまり益しない。

## B 平面図の比例分析 (4. 平面図の再構成 5. 8点星形図形 6. 平面図の分析 7. 平面図および画面への8点星形図形の適用)

### 4. 平面図の再構成

#### (6) 視距離の算定と平面図の再構成

画面に描かれている透視図(図2 a)から平面図(図5 a)を再構成するには、まず透視図法についての基本的知識が必要であるが、それについては専門書に譲りたい(また篠塚, 1982; 2002の論文も参照されたい)。本作品の空間再構成の実際の手順についてはCarter (1953)が詳しく述べているので、その要点を利用しながら、問題を論じてゆきたい。

[視距離の算定] Carter (1953, p.296)が注目したのは、キリストの足下の床の黒い楕円形であった。この楕円形は平面図においては円形と考えられ、それを囲む四角形(平面図においては正方形となる)の対角線を引き、この対角線が水平線と交わる点(距離点)と視心(消失点)との

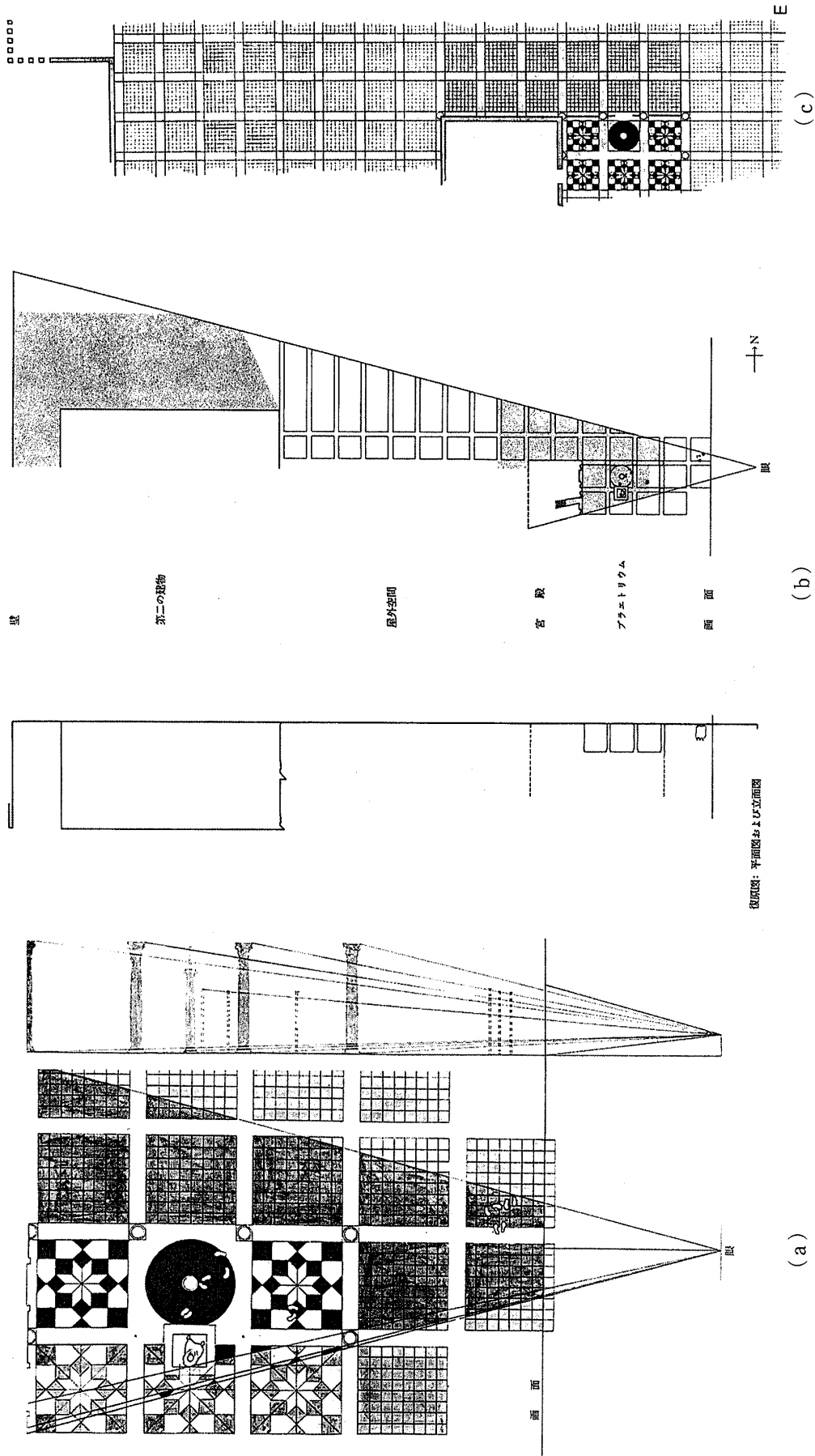


図 5 a Wittkower & Carter(1953)による平面図と立面図 (Lavin, 1972, 邦訳 p. 34 より)

図 5 b Lavin(1972, 邦訳 p. 37)による平面図と立面図

図 5 c Eleonora Masiによる平面図(Battisti, 1971; 1992)

距離から視距離を求めている。さらにさまざまな誤差を丹念に調整しながら視距離58.2インチ(約147.8センチ)を得ており、この算定結果について研究者の間でとくに異論は出されていない。本稿でもこの視距離の値をそのまま採用したい。[なお平面図における視距離の問題については、(10) 参照]

(注1) Geatti & Fortunati (1993, pp.211-3) は、コンピュータによる分析で距離点の位置を求めているが、誤差の大きさに戸惑いを見せている。横断線はどれもわずかに左に傾いており、画面上の四角形から求められる左右の2つの距離点の位置が、消失点から計測しても同じにならない。とくにキリストの前方の白黒の床の四角形の距離点の位置は、左のものが消失点から162.4cmで、右のものは136.6cmと差が大きい。さらにその手前のレンガの8つの小さな区画から求められる値は比較的誤差が小さく、消失点からの距離は145-155cmであるという(このことは(4)の注1の最後の段落で述べた直線GG'が作図の基準線となったという仮説を補強してくれよう)。その他の部分の計測も勘案して、結論として視距離を145-150cmとしている。この値はCarterとほぼ同じである。なお(1)の注1も参照。

(注2) プラエトリウム内部の床全体(敷居から奥の壁の境まで)に対角線を引くと、この対角線は水平線と画面の縁との交点Hにぶつかる(別の対角線を引けばH'にぶつかる。図2 a)。Talbot (2003, p.87, fig.29)によれば、この対角線を利用してピエロは床の区画を作図したという(前述(4)の注1参照)。この点Hは本来の距離点ではないが、作図に便利な点であり、このようないわば「疑似距離点法」あるいは「対角線法」(辻, 1995, p.50)をピエロが用いた可能性は高いであろう。

このHVの長さ(画面の横幅の半分の長さに等しい。zとしてみる)と、平面図でのプラエトリウム内部の床全体の比(横幅:奥行き =  $x : y$ とする)から、視距離(dとする)が求められる。すなわち  $d = yz/x$ である(篠塚, 1982, p.116参照)。平面図が再構成されたならば、視距離の再確認に利用できよう。

[平面図の再構成] この視距離に基づいてCarterが再構成した平面図および側面図(図5 a)についても基本的に尊重したい。とくに平面図についてはCarterが誤差などを慎重に調整しながら作成したものであり、私の平面図分析の基本もこの平面図にある。ただし一部修正すべき点もあるので、修正と補足を加えたものを作成し、分析してゆく(図11)。

(注3) 画面左隅の円柱基部に隠れている部分の床の図形(図1 cの左隅)は確認が難しいが、Casalini (1968, p.83, fig.16)やSmith/Zalogna (1995, p.244, fig.25)(図10b)の再構成のように円形が正しいようである。この細部を拡大した大きなカラー図版見ながら平面図を想定すると、キリストの足下に黒い円形(緑色の蛇紋石)があり、さらにそれを囲む正方形との間の四隅の薄片には、赤みがかった斑岩が描かれている(図1 b, 1 c)。この赤みがかった石と同じと思われる色が、左隅の円柱基部の右にわずかにのぞいている。また同じ円柱基部の左には点状の黒い色がかすかに見える。したがって平面図全体での文様のバランスも考慮して、ピラトのすわる玉座の左右の大きな区画の図形は、Carterの星形図形(図5 a)ではなく、図10bのような円形として再構成すべきであろう(Lavin, 1972, 邦訳p.97, 注15)。ただし、図11、12、14aではCarterの再構成した図形をそのまま用いている。[切断面の位置の修正については(10)参照]

平面図全体の配置をみると、プラエトリウム内部には大理石の円形区画と星形区画が並び、プラエトリウムの外の広場にはレンガの小さな正方形の区画が広がっている。そしてこれらの大きな区画すべてのあいだを白い石の帯が縁取っている。



## 5. 8点星形図形

### (7) 8点星形図形のモチーフ

平面図の細部を分析するにあたっては、きわめて特徴的な8点星形図形 (eight-pointed star あるいは星形八角形 star octagon 図6 a, 10a) から見てゆきたい。

(注1) Carterによって再構成された8点星形図形が正確であることは、コンピュータの自動処理による再現画像によっても確認されている (Fondelli, 1992, p.502) (図6 a)。Battisti (1971, vol.1, p.327; 1992, vol.1, p.261) に掲載されている Philis Northにより再構成された図形 (図6 c) は、大きな区画を単純に縦横5等分して作図されたものである。しかし画面を見れば両端の黒の部分がより大きいので、Northの再構成は誤りである (石鍋、1975、p.141、注11)。また前述のコンピュータ再現画像でもこのことを確認できよう。

画面を正面から観察しても、この星形図形を認知することは難しい。しかしオリジナルの大きさの画面 (あるいは大きめの写真) を横から観察すると、この図形を明確に認知できる (Veltman, 1986, p.94)。ホルバインの《大使たち》(ロンドン、ナショナル・ギャラリー) にアナモルフォシスで描かれたドクロを認知する場合と似ている。

同じ8点星形図形のモチーフをピエロは別の作品でも描いている。《むち打ち》と並んでピエロの数学的感性の結晶ともいえる《ブレラ祭壇画》である。聖母の足もとの基壇をおおうカーペットの縁に全く同じ図形が連続文様で描かれている (図7 a, b, c)。4つの五角形 (野球のホームベースの形) が正方形の回りにならぶ図形が、8点星形図形と交互にならんでいるが (図7 c)、これらはいずれも《むち打ち》の舗床に見出せるモチーフである。

さらに《ブレラ祭壇画》の同じカーペットの中央に描かれた図形に注目したい (図7 b)。図形の大部分が聖母の衣装に隠れて一部しか見えないが、2つの正方形の一方を45度回転して重ねた図形 (図9 a) であることはあきらかであろう。

この重ねた2つの正方形からは、容易にさきの8点星形図形を作図できる (図9 a, b, c)。《ブレラ祭壇画》の基壇の中央に正方形を2つ重ねた図形があり、その周辺に8点星形などの図形が描かれている位置関係を考えるならば、正方形を2つ重ねた図形がいわば「基本形」であり、8点星形図形はその「派生形」であるという関係が想定されてくる。

(注2) [ブレラ祭壇画の星形図形] カーペットの中央に描かれた図形では、奥行き方向の直線が他の直交線と同じ消失点に収束していることから、この図形は方形であって三角形ではない。つまりドメニコ・ヴェネツィアーノの《聖ルチア祭壇画》の舗床にみられるような、2つの正三角形を60度ずらして重ねた6線星形 hexagram (いわゆる「ダヴィデの星」) の図形ではなく、2つの正方形を45度ずらして重ねた図形である。このことはミースによる平面図再構成からも明らかである (Lavin, 2002, 邦訳 p.270, 図178参照)。

カーペットの周縁に描かれた図形は、織物であることの材質感をだすために、当然のことながら舗床の場合のような厳密な作図はされておらず、随所でゆがみが見られるが、ほぼ忠実に8点星形図形の特徴が認められると言って良からう (このカーペットに描かれた図形の細かな分析についてはここでは省略する)。

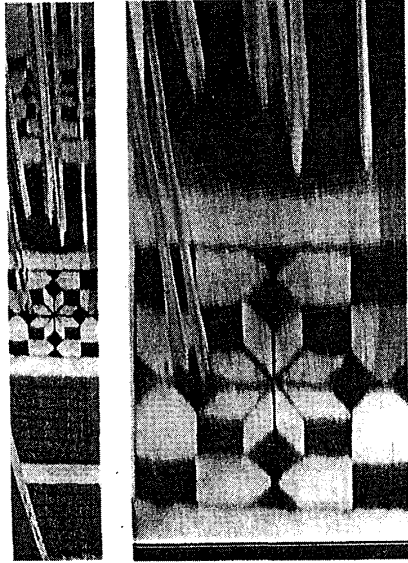


図 6 a コンピュータの自動処理による星形図形の再現画像 (Fondelli,1992)

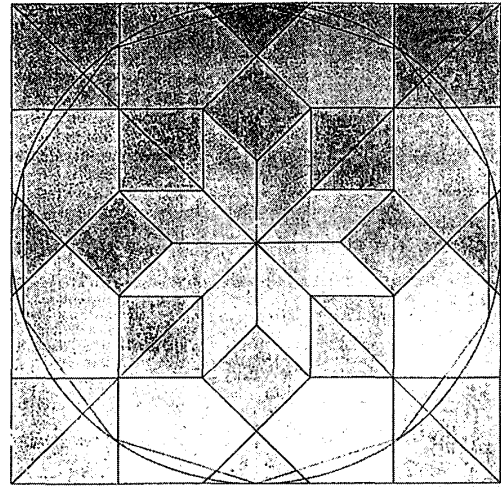


図 6 b Carter (1953) による作図方法

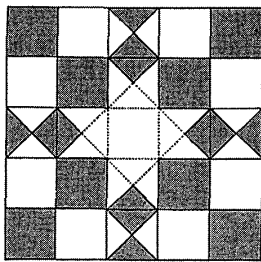


図 6 c Philis North により再構成された星形図形 (Battisti,1971; 1992)

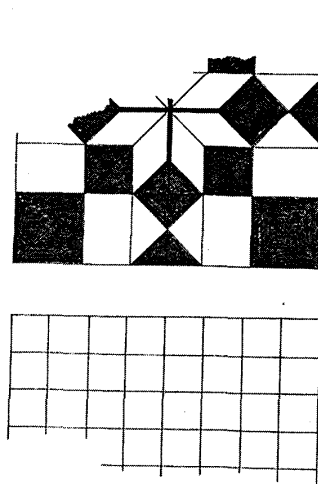
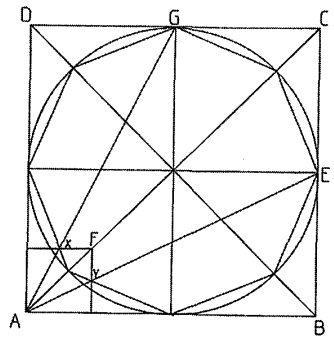
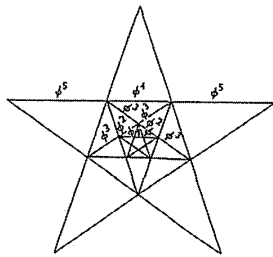


図 6 d, e Kemp (1990) による作図方法



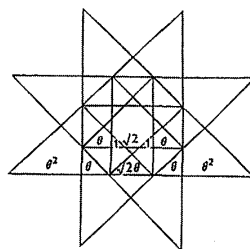
41. Geometrical construction of the patterned floor tiles in Piero della Francesca's *Flagellation*.  
A circle is constructed within the square ABCD. The diagonals AC and BD are used to construct an octagon within the circle. Draw AG and AE, intersecting the octagon at X and Y. A horizontal through X and vertical through Y meet at F. AF is the diagonal of one of the corner squares of the pattern.



8. The simple additive properties of the  $\phi$  series are well known:

$$\begin{aligned} \phi^2 &= 1 + \phi, & \phi^3 &= 1 + 2\phi, & \phi^4 &= 2 + 3\phi, \\ \phi^5 &= 3 + 5\phi, & \phi^6 &= 5 + 8\phi, & & \dots \end{aligned}$$

The whole numbers which appear as coefficients belong to the Fibonacci series.

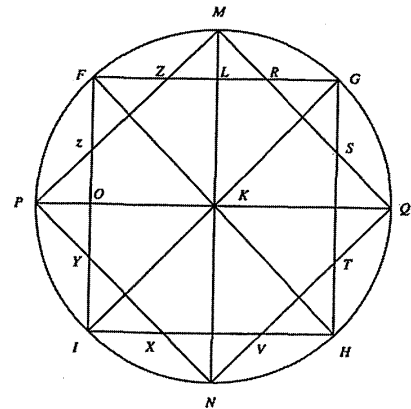


The simple additive properties of the  $\theta$  series are similar:

$$\begin{aligned} \theta^2 &= 1 + 2\theta, & \theta^3 &= 2 + 5\theta, & \theta^4 &= 5 + 12\theta, \\ \theta^5 &= 12 + 29\theta, & \theta^6 &= 29 + 70\theta, & & \dots \end{aligned}$$

The whole numbers which appear as coefficients belong to Pell's series.

図 6 f, g star pentagon (pentagram) と star octagon の幾何学的比例 (Sholfield,1958)



A4.1 Diagram for Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, Book 1, section 26. There is no corresponding Figure in the Parma or British Library manuscripts. Drawing by JVE.

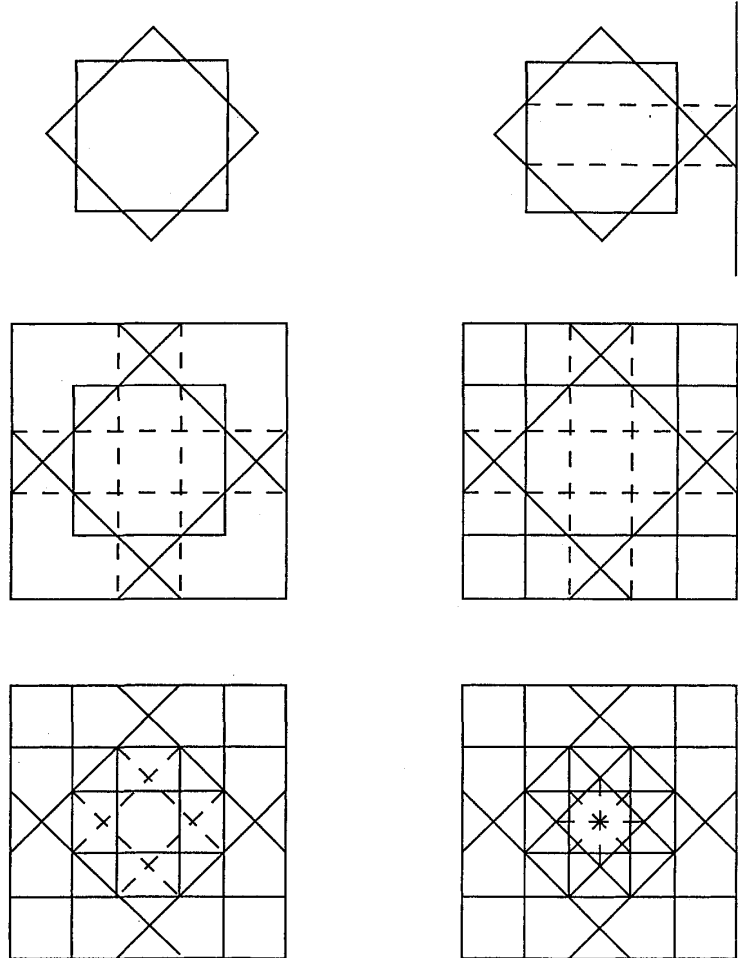
図 6 h 2つの正方形から正八角形を作図するピエロの方法 (Field, 2005)

《むち打ち》の画面に見られる8点星形図形が、同じピエロの作品である《ブレラ祭壇画》のカーペットにも描かれていることは、意外にもまだ指摘されていないと思われる。この2つの作品がピエロの多くの作品のなかでもとりわけ遠近法と比例の問題に関心の高い作品であることを考えるならば、この図形はピエロの空間構成の全体構想を解く鍵となるのではないかと私には思われる。《ブレラ祭壇画》の画面の寸法の比もまた $\sqrt{2}$ にきわめて近いように思われる。画面の周囲が切断されているので、あくまで仮説であるが。(1)の注2参照。

本稿をほぼ完成させたころ出版されたField (2005, pp.308-9, 337-341) の指摘は、2つの正方形を出発点にしているなど、私の分析と共通する点がいくつかある。Fieldによればピエロは『絵画の遠近法』第1書の命題26で、重ねた正方形から正八角形を作図する方法を丁寧に述べており、同様の作図は同じピエロの『算術論』や『正多面体論』にも記されている (Field, pp.308-9, 337-8, fig.A4.1) (図6 h)。そして類似の作図を進めてゆけば、《むち打ち》の星形図形が得られる (同, pp.339-341, fig.A5.1) (図6 i)。しかし《ブレラ祭壇画》のカーペットに、同じ星形図形と、その基本形となる2つの正方形が描かれていることにはFieldはふれていない。(8)の注1も参照。

さらに同じような星形八角形がレオナルド・ダ・ヴィンチのB手稿に何度か表現されており、とくに有名な集中式聖堂のプラン図 (MSB 92v) (図8 b) は、上記の作図法と基本的に同じであることを示していると思われる。ジョヴァンニ・ダ・ミラノ派の板絵 (図8 a) の玉座中央および左右の文様も参考となろう。

(注3) 8点星形図形の装飾文様はローマの床モザイクからコスマーティなどを通して頻繁に用いられている。上の本文でのべたジョヴァンニ・ダ・ミラノ派の《キリストと聖母と諸聖人》(ロンドン、ナショナル・ギャラリー、no.1108) (図8 a) のほかに、ジョヴァンニ・ダ・ミラノの《プラート祭壇画》(1355年頃)のブレデッラ《聖母と対話する聖ベルナルドゥス》の椅子にもこの図形が見られる (Giovanni da



A5.1 (above) Stages for extending the diagram for cutting the corners off a square to make a regular octagon into the pattern of tiles found in the Judgement Hall in Piero della Francesca's *Flagellation of Christ*.

図6 i Field (2005) による星形図形の作図方法

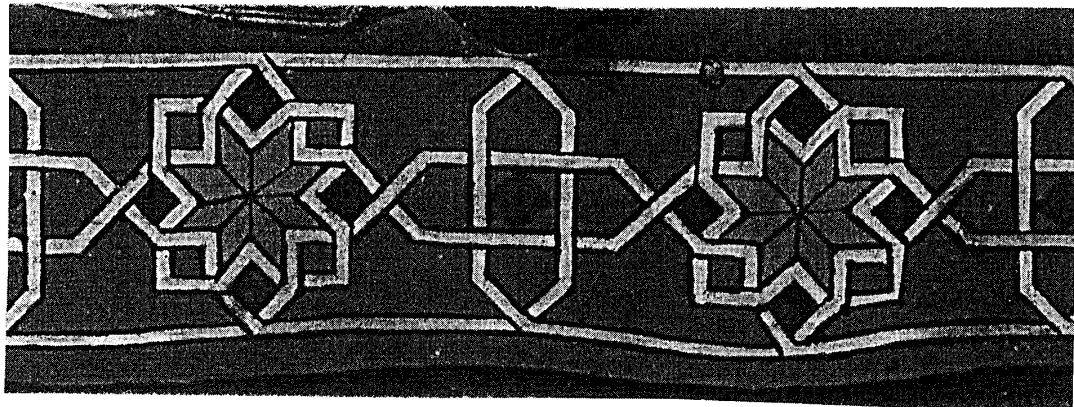
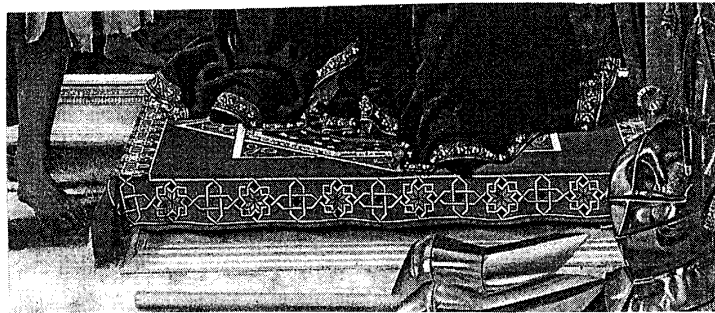


図7 a, b, c ピエロ・デッラ・フランチェスカ 《ブレラ祭壇画》 ミラノ ブレラ美術館



図 8 a ジョヴァンニ・ダ・ミラノ派の板絵  
ロンドン ナショナル・ギャラリー

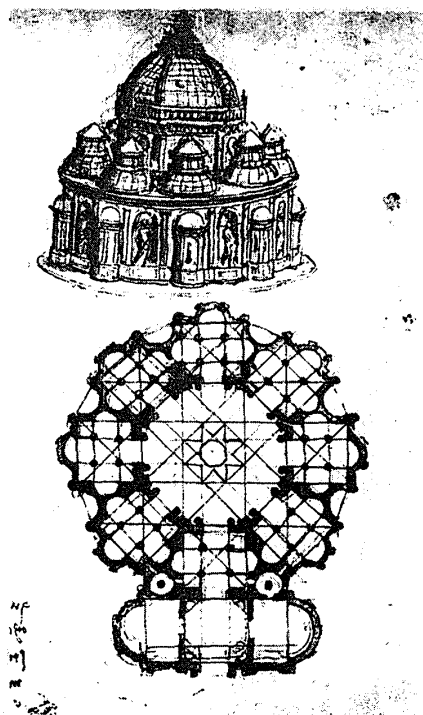
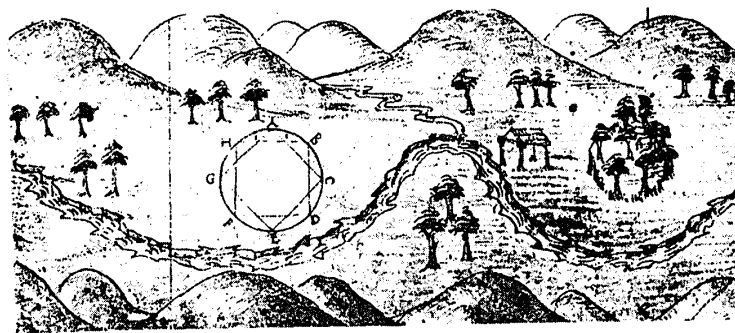
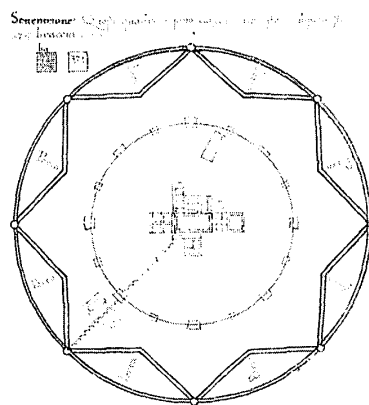


図 8 b レオナルド・ダ・ヴィンチ  
集中式聖堂のプラン図 (MSB 92v)

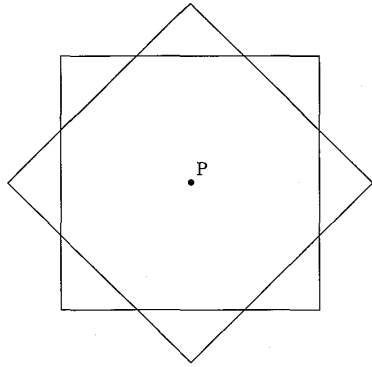


La città di Sforzinda, nel trattato di Filarete (cod. Magliabechiano).

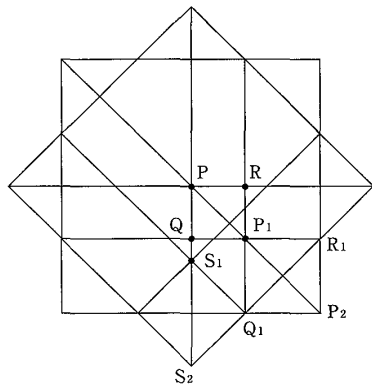


La città di Sforzinda, nel trattato di Filarete (cod. Magliabechiano).

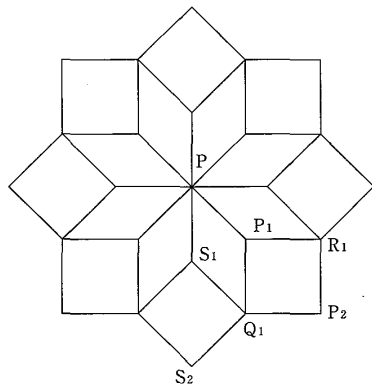
図 8 c, d フィラレーテ スフォルツィンダ



- (a) 正方形をPを中心にして45度回転させ、  
2つの正方形を重ねる



- (b) 重ねた2つの正方形の交点 $Q_1$ ,  $R_1$ など  
を用いて直線を引き、それらの直線の  
交点から点Q, R,  $P_1$ ,  $S_1$ などを求める



- (c) 交点 $P_1$ ,  $S_1$ と同じような交点を他にも  
求め、不要な線分を消せば、左のよう  
な8点星形図形がえられる

図9 a, b, c 2つの正方形から8点星形図形を作図する方法

Milano : *Il Politico di Prato*, 2001, pp.45,118)。Talbot (2003, pp.71, 94,n.11) の指摘するように、アーニョロ・ガッディ作と思われる《聖母戴冠》(1380-90年、ロンドン、ナショナル・ギャラリー、no.568) やヤコポ・ディ・チオーネ工房作と思われる《聖母戴冠》(1370-71年、ロンドン、ナショナル・ギャラリー、no.569) のそれぞれ玉座の側面にこの図形が見られる。前者の作品では玉座の台座にも同じ図形が見られる。

ヤン・ファン・エイクの《ニコラ・ロランの聖母》(ルーヴル) や《ファン・デル・パーレの聖母》(ブルッヘ)、メモリンクの《聖ヨハネ祭壇画》(ブルッヘ) などのフランドル絵画にも類似の星形図形が描かれている。フィラレーテのスフォルツィンダ(図8 c, d) については(11) の注を参照。

(8) 8点星形図形の数学的特質

画家であると同時にすぐれた数学者でもあったピエロは、この8点星形図形にどのような数学的特質を見抜いていたのだろうか。またその特質を作品の空間構成にどのように活かしたのであろうか。Longhi (1927; 1963, p.26) が「舗床による神秘的遊戯」*misterioso gioco pavimentale*と形容するこの文様は、

「ルネサンス絵画のなかで見られるもっとも精巧なもののひとつである。--ピエロという数学的資質にめぐまれた人にとって、これは試行錯誤で発見された単なる装飾的意匠ではなく、明確な手順による数学的論究の成果なのである」(Wittkower, 1953, p.294)

分析の便宜上、図10aのようにいくつかの直線を補って考えてみる。これらの補助線は前述の図9bでも使われた直線である。

図形の中心をPとし、その周りにある4つの一番小さな正方形のひとつをPQP<sub>1</sub>Rとする。この正方形の一辺の長さをaとし、その対角線の長さをbとすると

$$PQ = QP_1 = a$$

$$PP_1 = b = \sqrt{2} a$$

この正方形の外側にある4つの正方形および4つのひし形（これら8つは合同の図形）のひとつをP<sub>1</sub>Q<sub>1</sub>P<sub>2</sub>R<sub>1</sub>とすると、その一辺の長さはbで、その対角線の長さは2aである。

$$P_1 Q_1 = Q_1 P_2 = b$$

$$P_1 P_2 = 2 a$$

また

$$PS_1 = S_1 Q_1 = b$$

$$S_1 S_2 = 2a$$

以上で8点星形図形の比は明らかになったが、その周囲には8つのホームベース形の五角形、四隅にある「大きな正方形」、4つの3角形が並び、これらが全体でひとつの正方形の「大区画」を形成している。四隅にある大きな正方形のひとつをP<sub>2</sub>Q<sub>2</sub>P<sub>3</sub>R<sub>2</sub>とすると、その一辺の長さは2aで、その対角線の長さは2bである。

$$P_2 Q_2 = Q_2 P_3 = 2 a$$

$$P_2 P_3 = 2 b$$

したがって正方形である大区画の一辺の長さは2(a + b + 2a) = 6a + 2bで、その対角線の長さは2(b + 2a + 2b) = 4a + 6bとなる(図10b参照)。

またPからP<sub>3</sub>までの対角線上に並ぶ大小3つの正方形は、前の正方形の2倍の面積の関係である。

(注1) Kemp (1990,p.30) は、星形の外の小さな正方形(図10aのP<sub>1</sub>Q<sub>1</sub>P<sub>2</sub>R<sub>1</sub>)の対角線の長さが、その外側にある大きな正方形(同、P<sub>2</sub>Q<sub>2</sub>P<sub>3</sub>R<sub>2</sub>)の一辺の長さになっており、無理量である√2の長さが用いられ

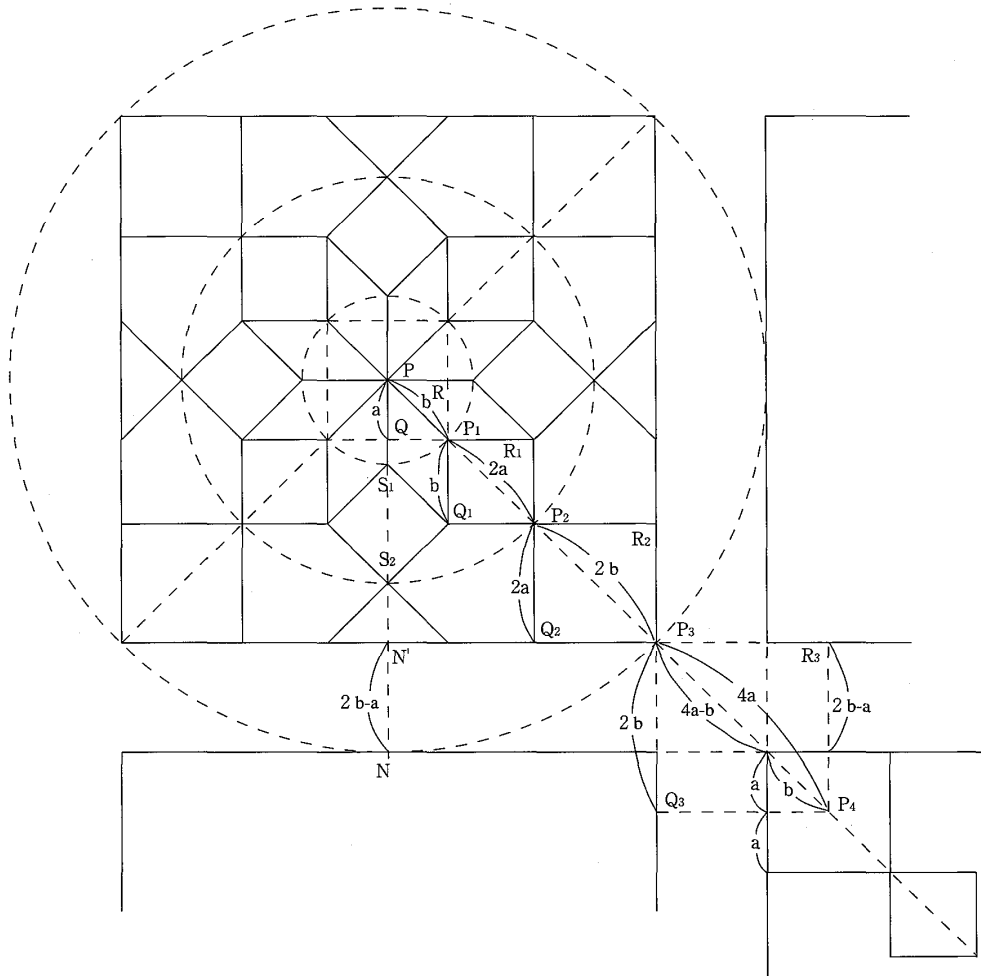


図10a 8点星形図形の比例分析

ていると指摘している。Talbot (2003, pp.85-88) も、この図形を $\sqrt{2}$  star patternとよび、平面図だけでなく画面をも統御する図形としている。しかしこの図形自体のこまかな分析はしていない。(7)の注2でふれたField (2005,p.341,fig.A5.2) も $\sqrt{2}$ の比で分析しているが、次の(9)でふれる白線部の幅の求め方にはふれていない。

Verga (1976,1,p.15) は、星形の外の小さな正方形と大きな正方形の辺の長さの関係について、私とかなり近似する解釈をしているが、 $1 : \sqrt{2}$ という無理数の比を導きだしていない。そして例えば図10aにおいて $PP_2 : PP_3 = 4 : 7$  ( $\approx 0.5714$ ) として簡単な整数比で解釈している。しかし私の考えでは $PP_2 : PP_3 = (2a + b) : (2a + 3b) = (2 + \sqrt{2}) : (2 + 3\sqrt{2})$  ( $\approx 0.5469$ ) という無理数の比である。

(注2) [大きな正方形] 星形図形とは別に、大区画の四隅にある「大きな正方形」(図10aの  $P_2 Q_2 P_3 R_2$ ) がどのような方法で作図されたかが問題にされてきた。Carter (1953, p.300; plate45b) は大区画に内接する円と正10角形を用いて導きだしている(図6 b。10角形の一辺が四隅にある大きな正方形の対角線の長さに等しいという)。一方、Kemp (1990, p.30-31; plate41) は大区画に内接する円を用いる点は同じであるが、正10角形の代わりに正8角形を用いている(図6 e。大区画の頂点Aから8角形の頂点G, Eに直線をひき、その直線と8角形の辺との交点X, Yから四隅にある大きな正方形を求める)。Wittkower & Carter (1953, p.295; pp.301-2) が強調するように、キリストは大区画に内接する円形の床に立っており、円の求積や円周率の計算がクザーヌスをはじめとする当時の学者から特別の関心を集めていたことは確かであろう。しかし四隅にある「大きな正方形」が、円と正10角形や正8角形を用いた、かなり回りくどい作図で求められたとは私には思えない。上記の本文でのべたように、正方形の対角線を連続的に用いた簡単な作図(図



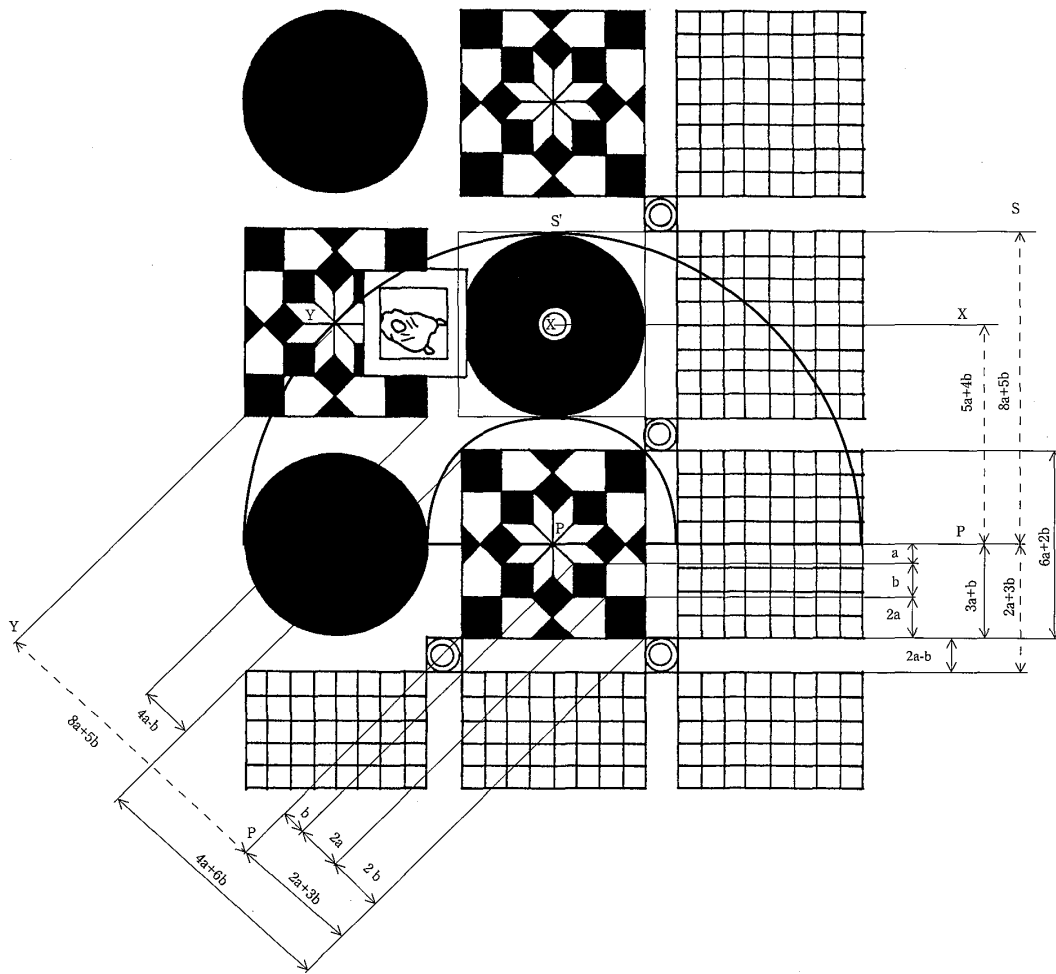


図10b Smith/Zalogna(1995)の再構成した平面図に篠塚による比例分析を追加

10a) で導き出せるのである。

(注3) [ $\theta = 1 + \sqrt{2}$  について (図 6 f, 6 g)] Sholfield (1958, pp7-13,129-146) によれば、無理数  $\sqrt{2}$  と  $1 + \sqrt{2}$ 、および  $\sqrt{5}$  と  $(1 + \sqrt{5}) / 2$  はきわめて類似する関係にあるという。後者の黄金比 (数)  $\phi = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1.618 \dots$  はきわめて有名であるのに比べると、 $\theta = 1 + \sqrt{2} = 2.414 \dots$  は注目されることの少ない無理数である(同 p.133)。しかしその両者の類似関係から、 $\phi$  が Golden Mean (黄金分割) と呼ばれるのに対して、 $\theta$  は Silver Mean とも呼ばれている。

$\theta$  と  $\phi$  は additive properties (加法的特性) をきわめて多く備えた無理数である。加法的特性とは、たとえば  $1 + \theta = \sqrt{2} \theta$ 、 $1 + 2\theta = \theta^2$ 、あるいは  $1 + \phi = \phi^2$ 、 $1 + 2\phi = \phi^3$  のように、連続的にそれ自身の倍数や累乗を加法のかたちで表せる性質のことである。こうした加法的特性をもつ数は極めて稀である。人間の目に比例的秩序と美しさを感じさせる図形は、大きさの異なる相似形が連続的に並んでいる場合であるが、数学的にはこの「加法的特性」をもつ図形といえる。

図 6 f, 6 g のように幾何学的には、 $\phi$  の比は star pentagon (pentagram) の線分の長さの關係に典型的に表現され、 $\theta$  の比は star octagon のそれに示される。

現代の A 判、B 判の用紙がすべて  $1 : \sqrt{2}$  の比であることからわかるように、 $1 : \sqrt{2}$  の比の長方形は、大きさを半分にしても (同じことだが 2 倍にしても) つねに同じ比の長方形が得られる唯一のものであり、黄金比にもないきわめて卓越した特性である。

Sholfield, 1958, p.140 の図 (図 6 f, 6 g) は、建築の比例論の数学的基礎を考える上での研究成果のひとつとして解説された図式で、むろんピエロの作品との関連には何も言及されていない。しかし私の個人的

な感想を述べるならば、本作品の空間構成を考えてゆく過程で発見したこの図は、Kemp (1990, p.32, pl.43) のそれ (図4 a) と同じように、きわめて啓示的な役割をはたした。このSholfieldの図は、D. Pedoe, *Geometry and the Liberal Arts*, Harmondsworth, 1976, p.122 (ダン・ペドウ『図形と文化』磯田浩訳 法政大学出版局 1985 pp.106, 122) にも紹介されていることを後で知った。

## 6. 平面図の分析

### (9) 白線、大区画と大区画、舗床全体と人物配置、天井

これまで述べたことから8点星形図形およびそれを囲む大区画の比が明らかになったが (図10a)、次に平面図全体にまで目を広げ、その比を考えてみる (図11)。

[白線] 大区画と大区画の間には白い大理石の帯が敷かれており、この白線の幅が問題になる。正方形である大区画の外接円を描くと、この円はとなりの大区画に接していることが分かる (図10aにおいて円の半径 $PP_3 = PN$ )。すでに (8) で述べた大区画の一辺の長さ $6a + 2b$ と、その対角線の長さ $4a + 6b$ との関係から (図10b)、白線の幅は $2b - a$ となる。[図10aにおいて $N'N = PP_3 - PN' = (2a + 3b) - (3a + b) = 2b - a$ ]

$$\text{白線の幅} : 2b - a$$

(注1) [白線の交差部] 図10aでの連続する正方形の作図を発展させて、白線の交差部の正方形を跨いで、仮の正方形 $P_3 Q_3 P_4 R_3$ を作図してみる。その一辺の長さは $2b$ で、その対角線の長さは $4a$ である。この仮の正方形は、斜めとなりの大区画の四隅に想定できる「大きな正方形 (その一辺は $2a$ で、対角線は $2b$ )」の面積の4分の1だけを覆うことになる。この図10aから分かるように、白線の交差部にできる正方形の対角線の長さが $4a - b$ であり、また白線の幅が $2b - a$ であることも確かめられる。こうして斜めとなり同士の大区画もスムーズな連続的關係で結ばれている。[こうした大区画同士の連続關係は (11) で述べる舗床全体レベルでの8点星形図形の適用でも明らかになるであろう]

(注2) [レンガの区画と白線の幅についての研究者の言及] Kemp (1990, p.31 右下) は、レンガのブロック $8 \times 8$ の正方形 (つまり大区画) の対角線が、同じレンガのブロックの両脇の白線を含めたより大きな正方形の一辺の長さに等しくなるように、白線の幅は計算されたかと思えると述べている。これは私の分析結果と同じであるが、Kempは詳しい数学的分析をしているわけではない。

(2) の注1でも述べたように、Wittkower & Carter (1953, p.292-3; p.297-8) は、画面上の視心と床の距離 (図2 bのVF1) を計測の単位 (unit of measurement) またモジュールとしている (画面上で1.85インチ=約4.7センチ)。そしてレンガの小さな正方形が2モジュール四方 (したがって大きな正方形区画は16モジュール四方) で、白線の横幅が3モジュールであるとする。ただし基線を画面の下辺よりやや下げた場合のレンガや白線の幅であり、整合性を得るための処理であるとCarterは述べているが、これは恣意的な解釈となろう。

Elkins (1991, pp.168-9) は、VF1の長さをモジュールに設定すること自体に疑問を投げかけている。

Wittkower & Carterは白線の幅とレンガの小区画の比を $3 : 2$ としているわけであるが、私は以下に述べるように、この比は近似値にすぎないと考える。レンガの正方形の大区画も一辺の長さが $6a + 2b$ であり、その一辺が8つの小区画に分かれているので、小区画の一辺は $(6a + 2b) \div 8 = (3a + b) / 4 = (3a + \sqrt{2}a) / 4 \approx 1.103a$ となる。一方白線の幅は $2b - a = 2\sqrt{2}a - a \approx 1.828a$ となる。したがって白線の幅とレンガの小区画との比は $1.828a : 1.103a \approx 1.657$ となり、 $3 : 2 = 1.5$ にかなり近いことがわかる。

画面 (図2 a, b) のGG1上での計測では、白線の右側が前景人物の衣に隠れていることもあり、両者の

比はかなり微妙になる。下辺ABではさらに誤差が大きくなり、むしろ1.5より小さくなってしまふ（AB上の誤差については（4）の注1を参照）。前述のコンピュータ再現画像（図6a）で両者の幅を計測するとその比は1.5よりやや大きいように見える。こうした計測上での誤差を克服するには、理論上での一貫性が重要とならう。

〔大区画と大区画〕 これまでに述べたことから、大区画の中心からとなりの大区画の中心までの長さは  $(6a + 2b) + (2b - a) = 5a + 4b$  となる（たとえば図10bにおいて  $XP = 5a + 4b$ ）。この長さは建物を支える円柱の中心と次の円柱の中心までの距離でもある。

また大区画の中心からとなりの大区画の遠い方の辺に接する円を描くと、斜めとなりの大区画の中心を通ることが分かる（図10bにおいて円の半径  $PS = PY$ ）。大区画の中心からとなりの大区画の遠い方の辺までの長さは  $(5a + 4b) + (3a + b) = 8a + 5b$  であり、これが大区画の中心から斜めとなりの大区画の中心までの長さに等しい（図10bにおいて  $PS = PY = 8a + 5b$ ）。したがって白線の交差するところの正方形の対角線の長さは、 $(8a + 5b) - (4a + 6b) = 4a - b$  となる（図10b）。この交差した白線部分には（プラエトリウムの敷き居では）円柱が建っている。

〔舗床全体と人物配置〕 Wittkower (1953, p.293) は、円柱の中心と次の円柱の中心までの距離を1グラウンド・ユニットと呼び（上述のように私の分析では  $5a + 4b$  の長さに等しい）、人物などの配置に利用されていると解釈している。平面図（図5a, 11）でみると、キリストの立つ位置から後ろ向きのターバンの人物までが1グラウンド・ユニットであり、このターバンの人物から画面に近い前景の人物たちまでが2グラウンド・ユニットである。さらに前景の人物たち、一番手前の円柱、キリストのつながれた円柱、そして背後の壁、これら4つの境が等距離の1.5グラウンド・ユニットである（さらに図5aの立面図においても、キリストのつながれた円柱とその上の彫像の長さが1グラウンド・ユニットである）。Elkins (1991, p.168) はWittkowerのこうした分析をあり得る比例として好意的であるが、人物の位置については概算でしかなく、ピエロが人物の配置においてそのような計測をしたかは疑問であるとも述べている。私もElkinsの意見に賛成である。

（注3）〔 $\pi$ モジュールによる分析〕 Carter (1953, p.301) は、平面図における人物の配置や眼の位置の比例分析をするに際して、推測と断わった上で、モジュール1.85インチに、 $\pi$ （円周率。正確な値が当時知られていなかったため、3.14とも3.15とも）をかけて得られる、約5.8インチを $\pi$ モジュール（または $\pi$ ユニット）と呼んで論じている。眼と画面との距離を10 $\pi$ モジュール（58.275インチ）（次の（10）の注1参照）、画面とキリストの足下の円の中心までを20 $\pi$ モジュールであるとした。画面からのほかの人物の位置についても $\pi$ モジュールの倍数で解釈している（同、p.301, n.3）。Wittkower (1953, p.295) も $\pi$ モジュールに同調している。しかしElkins (1991, p.168) がこの $\pi$ モジュールに対して反対の理由を4つあげ、厳しく批判しているように、私もCarterの $\pi$ モジュールによる分析には賛成できない。

（注4）〔天井〕 天井についてはCarter (1953, p.298; plate45a) の分析を全面的に支持したい。床のレンガのブロック  $8 \times 8$  に対して、天井は格子  $7 \times 7$  と縁取り  $6 \times 6$  の数で構成されており、床と天井とのあいだに微妙で完全なる対応があることを示している。

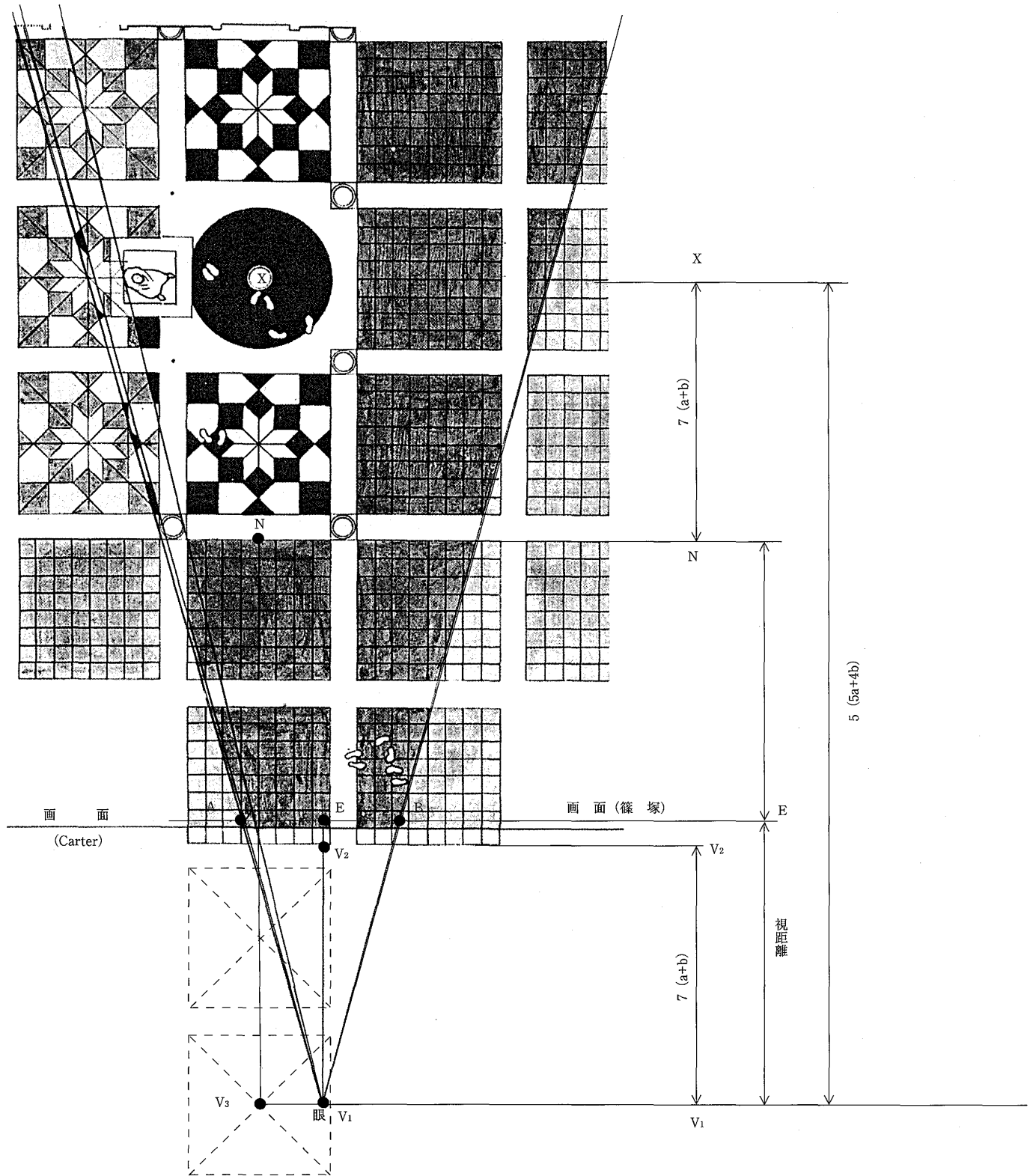


図11 平面図における眼の位置と比例分析  
 Carter (1953) およびLavin (1972) の平面図に篠塚による比例分析を追加

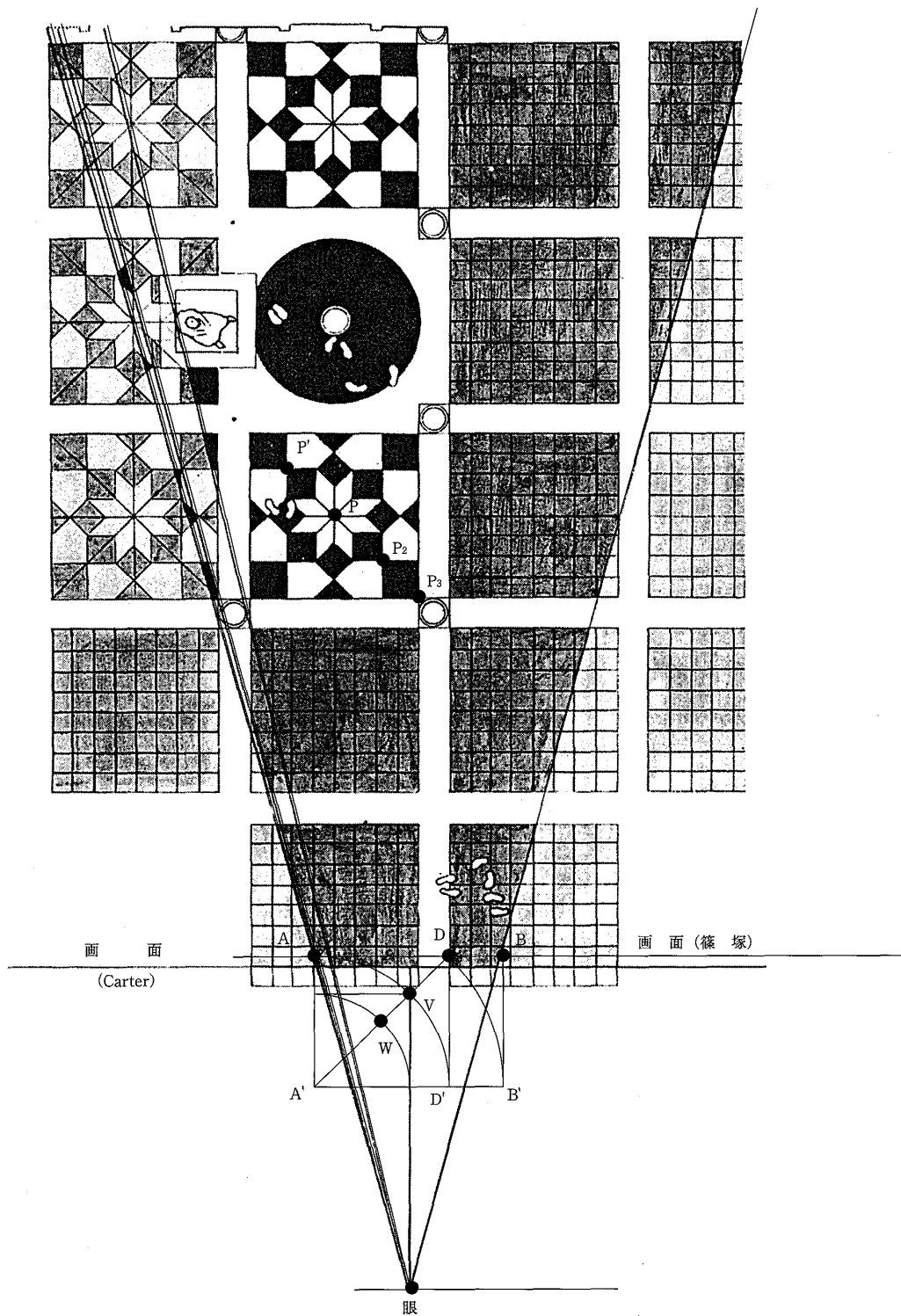


図12 平面図と画面との関係

画面 $ABB'A'$ は、切断面 $AB$ を固定して平面図上に倒した状態を示す（Carter 1953に篠塚の分析を追加）。

$AA' = P'P_2 = 2(2a + b) = 2\alpha + \beta = 1$  ブラッチア

$AB = P'P_3 = 4(a + b) = 2(\alpha + \beta) = \sqrt{2}$  ブラッチア

## (10) 視点と切断面

[平面図における眼の位置：視距離の問題] 画面の下辺付近をよく観察すれば(図1 d)、下辺にもっとも近いところにあるレンガの最初の大きな区画は、奥行き的小区画が8つではなく、6つと半分ほどしか描かれていないことがわかる。平面図で考えるならば、画面の位置よりも手前にレンガ的小区画が1つと約半分あることになる。ところがCarterの再構成図(図5 a)では、画面=切断面の前方にはレンガ小区画は1つしかない(つまり画面の奥にはレンガ小区画が7つとなっている)。その理由はCarterの仮説では基線を実際の画面の下辺よりもやや下に想定しているためである(Wittkower & Carter, 1953, p.293, n.2; p.297)。このCarterの仮説は決して妥当なものではないので、切断面=画面の位置を本来の位置に戻して考えることにする(図11におけるAB)。

(注1) Carter (1953, p.301) は平面図において視距離とモジュール(Wittkower & Carterの言うモジュールは1.85インチ。(2)の注1参照)とのあいだに何らかの関係を求めて行き、眼と画面との視距離を $10\pi$ モジュール( $10 \times 3.15 \times 1.85$ インチ=58.275インチ。(9)の注3参照)とした。しかし、本来の画面=切断面の位置をやや前方にずらした上で((4)の注3も参照)、 $\pi$ モジュールという異例な単位を用いての説明は説得力に乏しいと言わざるを得ない。

またWittkower (1953, p.293) は、視距離を「およそapproximately」31.5モジュールとし、画面からキリストのつながれた円柱までの距離が、視距離の2倍であるとしている。(9)の注3で述べたように画面からキリストまでの距離が、視距離の2倍とする点はCarter (1953, p.301) も同じである。しかし繰り返しになるが、Wittkower & Carterの場合の画面=切断面は、本来あるべき位置よりもやや前方にずらしており、この点に関する彼らの解釈は受け入れられない。

上の本文で述べたようにCarterの平面図では、画面の奥にあるレンガの小区画は7つであるが、Welliver (1973, p.18; p.23, Fig.12; p.30, n.52) は6つとしている(なお(2)の注1の3も参照)。しかし画面から明らかのように、6つ半ほどが正しく、私の再構成した平面図(図11、12)も6つ半に基づいている。なおCasalini (1968, p.81, fig.159) は、レンガの8区画にさらに白線部分を加えて再構成しており、きわめて恣意的な解釈である(cf. Lavin, 1972, 邦訳p.96, 注7)。

平面図(図11)における切断面ABはレンガの小区画の半ばに在り、きわめて中途半端な位置におかれているようにも見える。眼(視点) $V_1$ と画面(視心)Eとの距離、つまり視距離 $V_1E$ をなんらかのモジュールを用いて数式の形に表わしても、極めて複雑な式となってしまうであろう。

ではピエロはどのような基準と計算のもとに、平面図における眼の位置を決定したのだろうか? ここで画面には描かれていない大区画を平面図においてさらに補って作図してみると(図11の点線の2つの正方形)、眼の位置は補われた大区画の1つと半分の位置にあることがわかる(図11の点 $V_1$ )。そして画面に描かれている最初の大区画の端(点 $V_2$ )から眼までの距離は $7(a+b)$ となり、きわめて単純な式で表せる。

$$V_1V_2 = 7(a+b)$$

つまり、画面と眼との距離(図11における $V_1E$ )を計測の対象にするのではなく、最初の大区画の端と眼との距離(図11における $V_1V_2$ )を計測の対象にすべきなのである。透視図法に親し

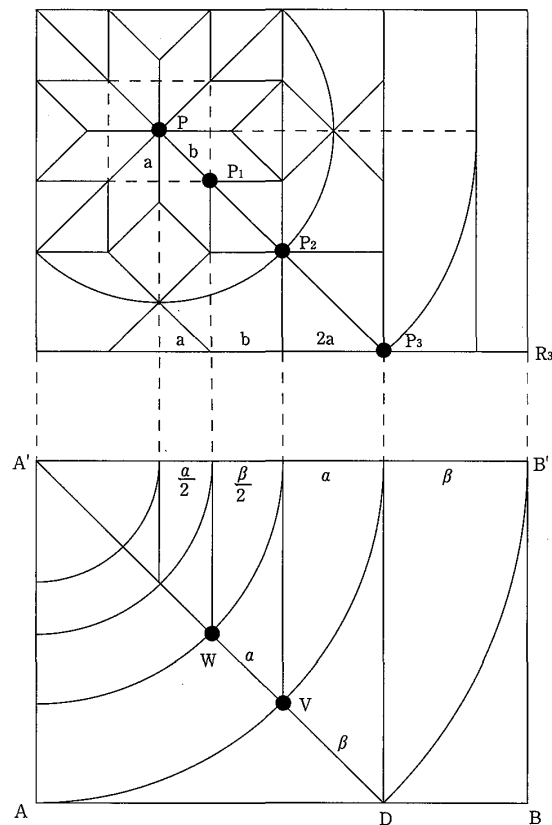


図13 画面（下の図）と8点星形図形（上の図）との比較  
線分の長さによる対応関係であり、主要な点の位置関係の対応を示すのではない（点の位置関係については図12を参照）

$$\alpha = 2a \quad \beta = 2b$$

$$\alpha : \beta = a : b = 1 : \sqrt{2}$$

んだ我々はどうしても「視距離」という作図上の必須条件にとらわれやすいが、本作品の平面図を分析する上では、視距離を基準にすると、誤った方向へと導かれることになるであろう。

(注2) 図11から明らかなように、 $7(a+b)$ という長さは、キリストの円柱からプラエトリウムの敷居までの長さ $XN$ にも等しい ( $XN = V_1 V_2 = 7(a+b)$ )。眼とキリストの円柱との距離 (図11における $V_3 X$ ) は  $5(5a+4b)$ 、つまり (9) で述べた大区画の中心と中心との距離の5倍となる。

(注3) [視距離] 視距離を $a, b$ を用いて求めると、 $(18a+13b)/2$ である。つまり図11において、 $V_1 E = V_3 N \div 2 = \{7(a+b) + 2(6a+2b) + (2b-a)\} \div 2 = (18a+13b)/2$  このような複雑な式になる視距離の長さを計測基準にする理由はないであろう。おそらくほかのどんなモジュールで視距離を計測しても、単純な式の比では表わせないであろう。

なお、(4)の本文と注1でふれたように、画面におけるプラエトリウムの敷居の位置は、視高の2分の1である。このことを平面図に置き換えて考えるならば (図11)、眼から切断面までの視距離が、切断面から敷居までの距離に等しいのである (図11において視距離の長さの2倍が $V_3 N$ の長さとなる)。その証明は、視点と画面と敷居の関係を側面図に変換して考えればあきらかであろう。

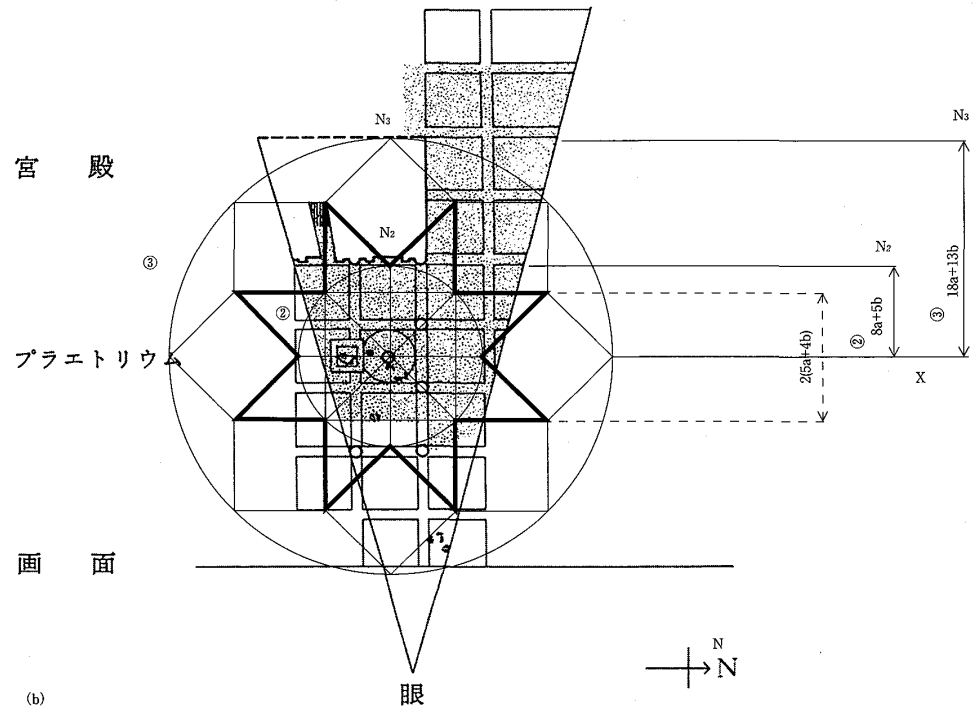
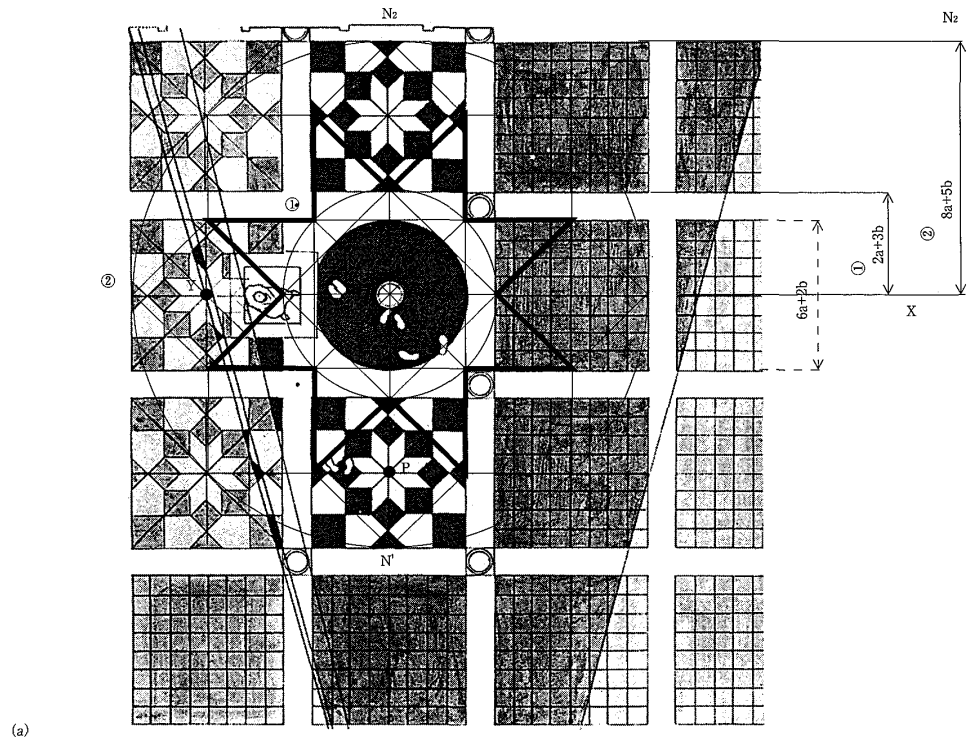


図14a, b 8点星形図形の舗床全体レベルへの拡張 (cf. 図5 a, b)



[平面図と画面との尺度上の関係] (1) で述べたように、画面の実寸は高さ1ブラッチア(58.4cm)であり、横幅 $\sqrt{2}$ ブラッチアであった。また(3)で述べたように、高さは $2a + \beta$ 、横幅は $2(a + \beta)$ とも表わすことができた(図3a)。ではこの画面の大きさは平面図ではどのように表わせる長さなのであろうか(画面の寸法と平面図のスケールとはどのような関係にあるのか。画面の寸法で用いた $a$ 、 $\beta$ と、平面図で用いた $a$ 、 $b$ は、どんな関係になるのか)。

Carterの作成した平面図を用いて、本来の基線における画面の横幅(切断面)と高さを作図すると図12のABとAA'となる(四角形ABB'A'は、切断面ABを固定して画面を平面図上に倒し裏側になった状態を示す)。これらの長さを8点星形図形と比較しながら計測してみると、画面の高さAA'は8点星形図形を囲む正方形の対角線(図12のP'P<sub>2</sub>)の長さ $2(2a + b)$ であり、横幅ABは同図12のP'P<sub>3</sub>(同じ正方形の対角線に隣の「大きな正方形」の対角線を加えた長さ)に等しい長さ $4(a + b)$ である。したがって

$$AA' = P'P_2 = 2(2a + b) = 2(2 + \sqrt{2})a = 2a + \beta = (2 + \sqrt{2})a = 1 \text{ ブラッチア}$$

$$AB = P'P_3 = 4(a + b) = 4(1 + \sqrt{2})a = 2(a + \beta) = 2(1 + \sqrt{2})a = \sqrt{2} \text{ ブラッチア}$$

またこれらの式から画面上の長さ $a$ 、 $\beta$ はそれぞれ平面図上の $2a$ 、 $2b$ に等しいことがわかる。

$$a = 2a = (2 - \sqrt{2})/2 \text{ ブラッチア} \quad \beta = 2b = (\sqrt{2} - 1) \text{ ブラッチア}$$

$$a : \beta = a : b = 1 : \sqrt{2}$$

また画面の分析図と平面図の分析図をならべて比較すれば(図13)、以上の比例関係が具体的な線分の長さとして確認できる。また画面と平面図の両者の空間構成の基本がいずれも $1 : \sqrt{2}$ の原理であり、同じような作図に基づいていることが分かるであろう。

## 7. 平面図および画面への8点星形図形の適用

### (11) 8点星形図形の舗床全体レベルへの拡張

前述の(9)で点Pを中心とする半径 $2a + 3b$ と、半径 $8a + 5b$ の2つの円を利用した(図10b)。この円の中心をPからキリストのいる区画の中心Xに移動し、同じような2つの円①②を描いてみる(図14a)。2つの円のあいだに8つの正方形(もしくはひし形)を、大区画の境界や中心などを利用してしながら作図すると、それらの内側には、例の8点星形図形ができる。つまり大区画同士のあいだにも、8点星形図形と同じ比例関係が成り立っていることになる。

さらにレベルを広げて、広域の平面図(Lavin, 1972, fig.35, 邦訳p.37)における大区画の中心や境界にそって作図をすれば(図14b)、2つの円②③のあいだに同様の図形を得ることができる。こうした「入れ子」構造を見ると、まるでフラクタル図形や曼陀羅の世界を覗くような感覚にとらわれるであろう。

(注) 図14aの小さい円①の中には、舗床の大区画と同じ大きさの2つの正方形が45度ずれて重なっている。

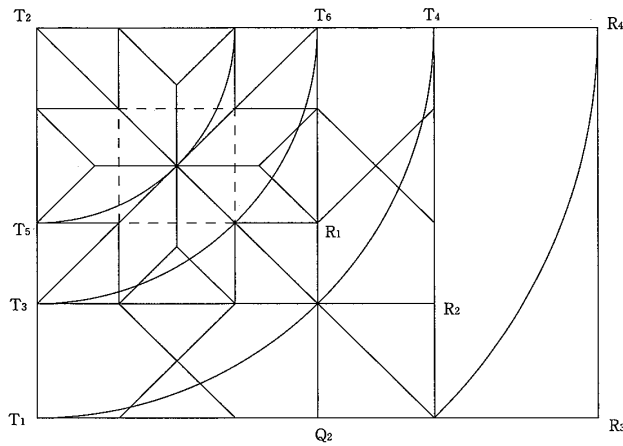


図15a 画面への8点星形図形の適用

長方形  $T_1R_3R_4T_2$ ,  $T_3R_2T_4T_2$ ,  $T_5R_1T_6T_2$ ,  $T_1Q_2Q_1T_5$  はいずれも相似図形で、  
辺の比が  $1 : \sqrt{2}$  である (画面と同じ比)

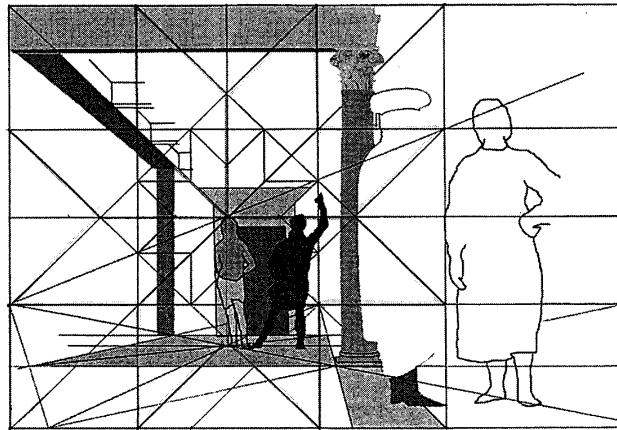


図15b Talbot(2003)による画面への8点星形図形の適用

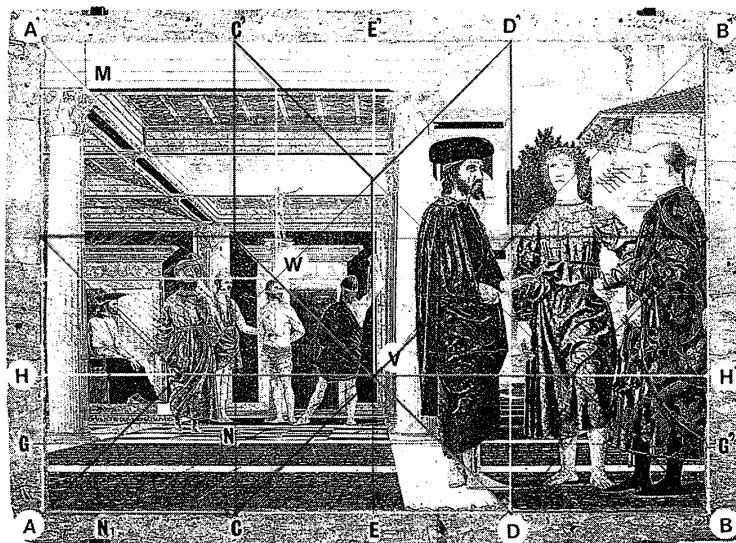


図15c 画面への8点星形図形の適用 (篠塚)

この正方形の一辺の長さは  $6a + 2b$  であり、キリストの立つ黒い円はこれらの正方形に内接している。小さい円①と大きい円②のあいだにある8つの正方形の一辺の長さは  $2a + 3b$  で、その対角線の長さは  $6a + 2b$  である。この  $6a + 2b$  の長さは2つの円①②の半径の大きさの差であり、大区画の一辺の長さでもある。

図14bの円③の半径は  $18a + 13b$  で、円②より  $2(5a + 4b)$  だけ大きい。この差は円②に内接する正方形の一辺の長さである。

ここで作図した図形とジョヴァンニ・ダ・ミラノ派の板絵(図8a)の玉座中央の図形との強い類似に注意したい。また円に内接する2つの正方形は、フィラレーテのスフォルツィンダ(図8c, d)を思い起こさせる。(7)の注3参照。

## (12) 画面への8点星形図形の適用

8点星形図形はひとつの大区画をこえて、舗床全体の複数のレベルでもあてはまることがわかった。このことを指摘した研究はまだないと思われる。では対象を平面図から画面に移して、この8点星形図形を画面そのものにも適用できないだろうか。私自身、だいぶ以前からこの考えに気付き、前述の図13のような分析をすすめていたが、この図式を当てはめるならば、図15aの  $T_1R_3R_4T_2$  が画面の枠となる。近年 Talbot が類似の仮説を提示しているので、それを紹介する。

Talbot (2003, pp.86-88; fig.27, 31) (図15b) によれば、ピエロは画面をあらかじめ8点星形図形(two-dimensional  $\sqrt{2}$  star pattern) で構成し、その図式の中心にキリストの頭部を重ねて「むち打ち」の情景を描いたという。そのさい平面図などは特に作成せず、画面上だけの簡略な手順で奥行きを漸減を作図したという。こうした図式を彼は matrix と呼び(同 pp.64, 76 など)、マサッチオの《聖三位一体》やウッチェロなどの作品についても、matrix に基づく同様の簡略された制作方法がとられたという説を述べている。

(注1) (5) の注1で述べたように Talbot は  $\sqrt{2}$  star pattern の中央を通る  $22.5^\circ$  の対角線が、キリストの頭頂部と若者の眼をかすめることを指摘している(図15b)。また画面左上からの  $45^\circ$  の対角線は、消失点を通るだけでなく、天井の構造、奥の扉のアーキトレイヴ、画面下辺での白線の端を決定しているという。消失点や白線の端については(1)で述べたように問題ないであろうが、天井やアーキトレイヴについては  $45^\circ$  の対角線とはわずかなズレがある(図2aを拡大すれば明らか)。また Talbot の同じ図(fig.31 = 図15b) をみると、画面最上部に描かれた「梁」の高さが、 $\sqrt{2}$  star pattern の図式にうまく適応するかのようになっているが(言及はしていない)、実際にはあてはまらない(つまり、彼の描いた fig.27 の最上部に描かれた2つの三角形と、fig.31 の同様の三角形とは同じではなく、fig.27 の三角形の高さが画面の梁の高さとなるわけではない。それは fig.31 (図15b) の三角形の下にある2つの5角形が歪んだホームベース形になっていることでわかる。つまりそれぞれの5角形の2つの斜の辺の長さが異なっている)

しかし、(ほかの画家については暫く措くにしても) ピエロの《むち打ち》のような作品において、平面図も準備せず、画面にまず8点星形図形があって、そこに人物などのいる複雑な情景を当てはめてゆくなどという制作方法は、蓋然性に乏しいであろう。ピエロはきわめて慎重な準備をして(「平面図も作成し」: Wittkower, 1953, p.294)、建物や人物の配置や寸法、そして床の文様を決

めて行ったと思われる。それゆえに平面図における整合性も再構成できるのである（図10a, 10b, 11）。

それにしても8点星形図形の複雑な図形が、画面の構図にうまくあてはまるのはなぜだろうか（図15b）。それは $\sqrt{2}$ の比例という構想が、あらかじめ画家の脳裏にあったからである。最初に述べたKempの分析が画面によくあてはまるように（図4a）、Talbotのmatrixがよくあてはまるのは、どちらも $\sqrt{2}$ の比例で画面を分析しているからである。Talbotは星形図形の中心を「キリストの頭部」に重ねて解釈しているが、たとえば図形の中心を「消失点」に重ね、図形の大きさを変えても（図15c）、その「適合度」は高く、さらにこの場合には左右相称の図式となる。平面図において $\sqrt{2}$ 比の8点星形図形が複数のレベルで適用できたように（図14a, b）、画面において星形図形の中心の位置や大きさをいろいろと変えてもうまく適合する。その根本の理由は、画面も平面図もそして8点星形図形も構成原理が $\sqrt{2}$ の比例であるからである。

（注2）図15aを基準にして考えるならば、図13は長方形 $T_1R_3R_4T_2$ に画面をあてはめており、Talbotの図解（図15b）は $T_3R_2T_4T_2$ にあてはめているわけである。それに対し図15cは $T_5R_1T_6T_2$ にあてはめている。また同様に画面を $T_1Q_2R_1T_5$ にあてはめることもできる。これら4つの長方形の辺の比はいずれも $1:\sqrt{2}$ である。後者2つは左右相称となる。

## C 無理量と図像解釈

### (13) 神の比喩としての無理数（数学者ピエロにとっての「神聖比例」）

これまでの議論で、画面だけでなく平面図においても、また象徴的な星形図形においても、 $\sqrt{2}$ の比例原理が全体から細部にいたるまで浸透していることが明らかになった。ではピエロはなぜこれほどまでに無理数 $\sqrt{2}$ の比例にこだわったのであろうか。

もっとも雄弁な証言をピエロの弟子ルカ・パチョーリの『神聖比例論』（1509）の第5章に見つけることができる。算術的に（つまり整数や分数で）表わすことのできない黄金比のような無理数について、パチョーリは次のように述べている。「神がことばで定義できないように、それは理解可能な数と、合理的な量で表現することはできない。それはつねに内密でひそやか (occulta e secreta) であり、数学者からは無理数 (irrationale) と呼ばれている」（Bouleau, 1963, 邦訳p.76 またLivio.2002, 邦訳p.164参照）

ピエロの本作品を見ると、キリストの足下には完全な図形としての円と正方形がある。その周りを $\sqrt{2}$ に基づく複雑な8点星形図形が囲んでいる。キリストのいるプラエトリウム内部が大理石の床で、円周率 $\pi$ や $\sqrt{2}$ などの無理数でみたされているのに対して、プラエトリウムの外部は質素なレンガの区画で、大区画の縦横を8等分する単純な図形で構成されている。WittkowerやKempの指摘するように、聖なる空間が無理数の世界で、外の世俗的世界は有理数（自然数）の世

界として、対比的、階層的に構想されていると考えて良いのではなかろうか。

(注) Wittkower (1953, pp.294-295) によれば、「キリストの円柱はひとつの円の中心に置かれているが、このことにはもちろん特別な意味がある。それはキリストを象徴的に指し示すものであり、またそれ以上に、キリストのひとつの象徴であると理解されねばならない。」「(人物などの配置に $\pi$ モジュールを用いた) ピエロは、(レンガの区画に見られるような単純な) モジュールの寸法と、(8点星形図形や $\pi$ のような) 「神秘的」寸法との間のこうした興味深い関係を、現世の空間とキリストの王国に属する空間との融合を象徴するために選択したのかもしれない」

またKemp (1990, p.31) によれば、プラエトリウム内部の床には無理数を用いた複雑な図形が見られるのに対して、その外部のレンガの舗床は単純な縦横8等分の区画で構成されている。両者の間には中央の直線のみが共通であり、その他に図形的に呼応するものはない(同pl.40 = 図6 d (4)の本文および注1参照)。そしてむち打たれるキリストのいる聖なるプラエトリウム内部と、その外部の世俗的なregularな世界との象徴的・精神的な区別は意図的なものなのだろうかと問いかけ、ピエロのような鋭敏な人たちには、そう解釈することも不可能ではないとしている。

#### (14) 無理量の発見にまつわる悲劇的エピソード

最も基本的な無理数である $\sqrt{2}$ は、最も基本的な図形である正方形の一辺と対角線の長さの比である。こうした無理量はどのように発見されたのであろうか。数学史は専門外のことなので、まず専門家のことばを引用する。

「無理量の存在の最初の発見は、算術的考察か、また数による推論の結果なされたにちがいない。それが正方形の一辺と対角線との関係についてなされたことは、たしかである。すなわち、最初に発見された無理量すなわち通約できない量は、こんにちの $\sqrt{2}$ と同値のものだった。この発見は、ピュタゴラス自身によってなされたとは思えないが、かれの学派でなされたことは確実である。」(ヒース『ギリシア数学史』共立出版 1959/復刻版1998 p.43)

「ピュタゴラス学派の数的存在論が根本的な危機にさらされたのは無理量の発見、非通約性の発見であった。あらゆる存在の根底に自然数を見、すべてがこの自然数かその比によって表わしうると考えた彼らにとって、いかなる自然数の比によっても表わし得ない無理量の発見、いかなる通約量をも見出し得ない非通約性の発見は、実に衝撃的な事件であった。……この事柄の実相を暴露したピュタゴラス学派の最初の人(ヒッパソス)は船が難破して死んだという話である。……この非通約性の発見は、前5世紀のピュタゴラス学派のヒッパソスに帰せられている……」(伊東俊太郎「ピュタゴラス 無理量の発見」『数学の歴史 第1巻 ギリシアの数学』共立出版 1979 pp.45-47)

つまり、伝説によれば前5世紀のピュタゴラス派のメタポンティオンのヒッパソスHippasosは、2の平方根の無理性(非通約性)を発見したが、それを暴露したため天罰として(あるいはピュタゴラスが死刑を宣告し)海で溺死したというのである。こうした伝承は後世の作り話であろうが(サボー『ギリシア数学の始源』玉川大学出版部 1978 pp.36-39)、イアンブリコス Iamblichos (c250-c325) などにも語られており(イアンブリコス『ピュタゴラス伝』佐藤義尚訳

国文社 2000 p.83の注2参照)、ルネサンス時代にも知られていたであろう。

このピュタゴラスの弟子の悲劇はキリストの受難と比較できないだろうか。そしてピエロの絵の前景の裸足の若者はこのピュタゴラスの弟子と解釈できないだろうか。(5)で述べたように、キリストと裸足の若者とは、超自然の光源を介して一本の直線でつながっているだけでなく、左手のかまえや裸足の両脚の向きなどポーズに共通点が多く、両者はあきらかにアナロジーの関係にあると思われる。

しかし、私はこの裸足の若者がピュタゴラスの弟子をさすということを論証しようとは思わないし、本稿の主眼でもない。これまでの幾多の図像解釈が決して満足のゆく結論をもたらしてくれなかったように、おそらく十分な成果は得られないだろう。少なくとも私にそのような論証の力はない。また本作の図像解釈は美術史家にとっては大問題であろうが、ピエロ本人にとっては空間構成の方がはるかに大きな関心事であったに違いない。

本作品の意味とくに前景に立つ3人の人物については、これまでにさまざまな解釈が提出されてきた。Lavin (1995, p.17) は25の諸説の一覧表をあげ、その後同じLavin (2002, 邦訳 p.96) は35の解釈を3つに分類し、Simi (2002, pp.131-3) は54もの言及の一覧表を作成している。過去および同時代の人物や事件、また聖書の場面や寓意、同時代の国際状況など、さまざまなコンテキストで読み解かれてきた。ひとつの考え方として、この絵を一義的ではなく多義的にとらえ、裸足の若者を歴史上の悲劇的人物の象徴として考えることも可能であろう。そして無理量の発見者をこの若者に重ね合わせることも、ひとつの解釈の可能性としては許されるのではなかろうか。

『正多面体論』を著わした数学者ピエロにとって、無理量はきわめて神秘的であると同時に身近な存在であったにちがいない。その無理量の発見者を絵画作品に描いたとしても少しも不思議ではない。ウルビーノのパラッツォ・ドゥカーレ内のストゥディオオーロ（フェデリコ・ダ・モンテフェルトロの書斎）に描かれた古今の著名人物像（エウクレイデスの像を含む）や、Chastel (1965, 邦訳 pp.41.46.164) の指摘するウルビーノ特有の「数学的人文主義」の風土を想起するならば、その可能性はさらに高くなるだろう。

本論考を終えるにあたって、《むち打ち》の空間構成の研究における最初にして最大の貢献者の文章を引用したい。発表後すでに半世紀を経たかれの論文は次のようなことばで終わっている。「ピエロがこの絵で遠近法を用いたのは、数学的厳密さをもって3次元空間を表現するためであつたろうし、さらにこの空間表現には数学的象徴が浸透しているように思われる。こうしたarcana（神秘、奥義）の真実をピエロは友人たちに教えていたかもしれない。しかしその秘密を知らない人にとっては、この《むち打ち》の明快な空間秩序は説明できない不可思議な要素をつねに持ち続けていたに違いない。」(Carter, 1953, p.302)

【参考文献】 主要なもののみをあげる。[ ] 内の頁はとくにピエロの《むち打ち》の空間構成にふれている箇所を示す。

- Battisti (1971; 1992) : Eugenio Battisti, *Piero della Francesca*, 2 vols, Milano, 1971; 2nd ed. 1992.
- Bouleau (1963) : Charles Bouleau, *Charpentiers, La Géométrie secrète des peintres*, Paris, 1963. (シャルル・ブロー『構図法 名画に秘められた幾何学』藤野邦夫訳 小学館 2000 [pp.96-7])
- Carter (1953) : Wittkower & Carter (1953) を見よ
- Casalini (1968) : Ferdinando Casalini, 'Corrispondenze fra teoria e pratica nell' opera di Piero della Francesca' *L'Arte*, 2, 1968, pp.62-95. [pp.78-91]
- Chastel (1965) : André Chastel, *Renaissance Méridionale 1460-1500*, Paris, 1965. (アンドレ・シャステル『イタリア・ルネッサンス 1460-1500』(人類の美術, 8) 高階秀爾訳 新潮社 1968)
- Clark (1951; 1969) : Kenneth Clark, *Piero della Francesca*, London, 1951; 1969 (second edition)
- Dal Poggetto (1992) : *Piero e Urbino, Piero e le Corti rinascimentali*, a cura di Paolo Dal Poggetto, Venezia, 1992
- Elkins (1987) : James Elkins, 'Piero della Francesca and the Renaissance Proof of Linear Perspective' *The Art Bulletin*, vol.69, 1987, pp.220-230. [p.226]
- Elkins (1991) : James Elkins, 'The Case against Surface Geometry' *Art History*, vol. 14, no. 2, June 1991, pp.143-174. [pp.167-169 (Appendix V. Piero della Francesca, *Flagellation*)]
- Elkins (1994) : James Elkins, *The Poetics of Perspective*, New York, 1994.
- Field (2005) : J. V. Field, *Piero della Francesca, A Mathematician's Art*, New Haven and London, 2005. [pp.174-181; 339-341]
- Fondelli (1992) : Mario Fondelli, 'La Restituzione della Pavimentazione della *Flagellazione di Cristo* di Piero della Francesca', in Dal Poggetto (1992), pp.502-3.
- Geatti&Fortunati (1993) : Laura Geatti and Luciano Fortunati, *The Flagellation of Christ by Piero della Francesca : A Study of its Perspective*, in *The Visual Mind : Art and Mathematics*, edited by Michele Emmer, London, 1993, pp.207-213.
- Ginzburg (1981;1994) : Carlo Ginzburg, *Indagine su Piero*, Torino, 1981;1994 (Nuova edizione con l'aggiunta di quattro appendici) (カルロ・ギンズブルグ『ピエロ・デッラ・フランチェスカの謎』森尾総夫訳 みすず書房 1998)
- 長谷川三郎『ピエロ・デラ・フランチェスカの《笞打ち》——M. A. ラヴィンの新研究をめぐって』『国立西洋美術館年報』no.6, 1972, pp.64-72.
- 石鍋真澄『ピエロ・デッラ・フランチェスカの《キリストのむち打ち》について』東北大学文学会『文化』第39巻 1-2号 1975 pp.125-148.
- 石鍋真澄『ピエロ・デッラ・フランチェスカの『遠近法論』』『成城短期大学紀要』第13号 1982 pp.118-142.
- 石鍋真澄『ピエロ・デッラ・フランチェスカ』平凡社 2005 [pp.249-254]
- Kemp (1990) : Martin Kemp, *The Science of Art: Optical Themes in Western Art from Brunelleschi to Seurat*, New Haven and London, 1990. [pp.30-2]
- Lavin (1972) : Marilyn Aronberg Lavin, *Piero della Francesca: the Flagellation*, London, 1972; reprint, with additional bibliography, Chicago, 1990. [pp.31-51] (ラヴィン『ピエロ・デラ・フランチェスカ 笞打ち』(アート・イン・コンテクスト, 2) 長谷川三郎訳 みすず書房 1979 [pp.33-53])
- Lavin (1995) : (edited by) Marilyn Aronberg Lavin, *Piero della Francesca and His Legacy*, (Acts of the International Congress) Washington, DC, 1995.
- Lavin (2002) : Marilyn Aronberg Lavin, *Piero della Francesca*, London and New York, 2002. (マリリン・アロンバーグ・レーヴィン『ピエロ・デラ・フランチェスカ』諸川春樹訳 岩波書店 2004)
- Livio (2002) : Mario Livio, *The Golden Ratio*, New York, 2002. (マリオ・リヴィオ『黄金比はすべてを美しくするか?』斎藤隆央訳 早川書房 2005 [pp.156-8])
- Longhi (1927; 1963) : Roberto Longhi, *Piero della Francesca*, Roma, 1927; Firenze, 1963 (Terza edizione.

Edizione delle opere complete di Roberto Longhi, vol.3) (英訳R. Longhi, *Piero della Francesca*, Trans. and Preface by David Tabbat, New York, 2002)

諸川春樹「解釈の遠近法：ピエロ・デッラ・フランチェスカ作品の空間表現と図像解釈の問題」前川誠郎先生記念論集刊行会編『美の司祭と巫女：西洋美術史論叢』中央公論美術出版 1992 pp.57-77 [pp.68-71, 76-77]

篠塚二三男「線遠近法における〈距離の定式〉：数式計算に基づく空間の再構成」早稲田大学大学院文学研究科『文学研究科紀要』別冊第九集 1982 pp.111-127

篠塚二三男「ジョヴァンニ・ペッリーニの〈聖なる寓意〉の空間再構成と数理的秩序」『跡見学園女子大学文学部紀要』第35号 2002 pp.1-28

篠塚二三男「ヴェネツィア派の「聖会話」祭壇画の空間構成」『跡見学園女子大学文学部紀要』第36号 2003 pp.43-70

Sholfield (1958) : P. H. Sholfield, *The Theory of Proportion in Architecture*, Cambridge (G.B.), 1958.

Simi (2002) : Lucia Simi, 'La Flagellazione di Piero della Francesca : un bilancio(provvisorio) e una proposta' *Guardate con i vostri occhi... : Saggi di storia dell' arte nelle Marche*, a cura di Angela Montironi, Ascoli Piceno, 2002, pp.111-143.

Smith/Zalogna (1995) : Christine Smith, *Piero's Painted Architecture : Analysis of His Vocabulary*, in *Piero della Francesca and His Legacy*, edited by Marilyn Aronberg Lavin, (Studies in the History of Art, no. 48) Washington, 1995, pp.223-253. (fig.25. reconstruction of the pavement from Piero's Flagellation, Drawing by Jane Zalogna)

Talbot (2003) : Richard Talbot, 'Speculations on the Origins of Linear Perspective : Including analyses of Masaccio's Trinity and Piero's Flagellation' *Nexus Network Journal : Architecture and Mathematics*, vol.5, no.1, Spring 2003, pp.64-98. [pp.85-89]

辻 茂『遠近法の誕生：ルネサンスの芸術家と科学』朝日新聞社 1995

辻 茂『遠近法の発見』現代企画室 1996

Veltman (1986) : Kim Veltman, 'Perspective, anamorphosis and vision.' *Marburger Jahrbuch für Kunstwissenschaft*, xxi, 1986, pp.93-117. [pp.93-94]

Verga (1976) : Corrado Verga, 'L'architettura nella Flagellazione di Urbino, 1, 2, 3, 4', *Critica d'Arte*, 1976, no.145, pp.7-19; no.147, pp.31-44; no.148-9, pp.52-59; no.150, pp.25-34.

Welliver (1973) : William Welliver, 'The Symbolic Architecture of Domenico Veneziano and Piero della Francesca.' *Art Quarterly*, 1/2, 1973, pp.1-30.

Wittkower (1953) : Wittkower & Carter (1953) を見よ

Wittkower & Carter (1953) : R.W.Wittkower and B.A.R.Carter, 'The Perspective of Piero della Francesca's 'Flagellation'' *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, Vol.16, 1953, pp.292-302. (pp.292-5, I by Wittkower ; pp.295-302, II by Carter)

[本稿は平成16年度の国内長期留学の研究成果の一部である。同研究成果について筆者はすでに「レオナルド・ダ・ヴィンチの〈聖告〉の空間構成」(『跡見学園女子大学短期大学部紀要』第42集 pp.34-57 平成18年3月)を發表している]